Kvázipolinomiális DAE rendszerek analízise és irányítása

doktori (PhD) értekezés tézisei

írta

Pongrácz Barna

Témavezető: Dr. Hangos Katalin

Konzulens: dr. Szederkényi Gábor

Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Számítástudomány Alkalmazása Tanszék
Pannon Egyetem
Veszprém

Folyamatirányítási Kutatócsoport
Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet
Magyar Tudományos Akadémia
Budapest

2008

1. Motiváció és célkitűzés

A nemlineáris dinamikus rendszerek analízise és irányítása a rendszer- és irányításelméletnek a mindennapi életben szerteágazóan alkalmazott területe. A koncentrált paraméterű nemlineáris rendszerek jelentős része matematikailag leírható olyan *input-affin* állapottér-modellel, amelynek állapotegyenlete közönséges differenciálegyenlet (KDE) rendszer alakú [1]. Ez a rendkívül előnyös reprezentációs alak számos matematikailag jól megalapozott módszerrel rendelkezik mind a dinamikus (stabilitás-, irányíthatósági, megfigyelhetőségi) analízis, mind a szabályzótervezés céljára [2],[3],[4].

Ugyanakkor a koncentrált paraméterű dinamikus rendszereket kevert struktúrájú, differenciálegyenleteket és algebrai egyenleteket is tartalmazó ún. differenciál-algebrai egyenletrendszerekkel (DAE) modellezik egy szisztematikus modellezési eljárás során [1]. Az előnyös, tisztán differenciális KDE alak elérése érdekében az algebrai egyenleteket behelyettesítik a differenciálegyenletekbe. Elég gyakran előfordul azonban, hogy az algebrai egyenleteket nem lehet teljesen eliminálni. Sajnos a DAE rendszerek analízisére és irányítására alig néhány módszer található az irodalomban, ráadásul ezek is csak igen szűk DAE rendszerosztályokra alkalmazhatóak [5], [6].

Mivel egyre több dinamikus modell - pl. az erősen nemlineáris komplex rendszerek modelljeinek vagy a nagy pontosságú modelleknek a csoportja, amelynek egyre nagyobb szerepe van számos gyakorlati területen - tartozik a nem behelyettesíthető DAE modellek közé, a széles körben alkalmazható általános analízis és szabályzó-tervezési módszerek hiánya komoly problémát jelent, amelynek megoldása egyre sürgetőbb.

Ez adta az indíttatást arra, hogy a DAE formát egy másik formalizmussal: a kvázipolinomiális (QP) formával ötvözzem, amely igen hasznosnak bizonyult KDE modellek analízisében és irányításában [7],[8]. Folytonosan differenciálható modellek esetén a QP-DAE forma a koncentrált paraméterű dinamikus rendszerek általános matematikai reprezentációjának tekinthető.

Ez a disszertáció a legelső lépéseket mutatja be a QP-DAE rendszerek analízise és irányítása felé. Három kapcsolódó témakört tárgyal, amelyek közösek a QP alak előnyeinek kiaknázásában.

Az irodalomból jól ismert tény, hogy nincsen általánosan alkalmazható, konstruktív módszer olyan Ljapunov függvény meghatározására, amellyel egy állandósult állapotbeli munkapont aszimptotikus stabilitását és stabilitási környezetét meg lehetne állapítani az általános nemlineáris esetben [9]. Ugyanakkor a QP modellek egy speciális osztályára, a Lotka-Volterra modellekre - amelyek *rejtett QP-DAE modellek* - létezik olyan algoritmikus eljárás, amellyel kvadratikus Ljapunov függvényt és a stabilitási környezet egy becslését lehet előállítani [10]. Az első témakör e módszer *alkalmazását* tartalmazza egy kisteljesítményű gázturbina erősen nemlineáris QP modelljének különböző zéró dinamikáira.

A második témakör a gázturbinára alkalmazandó különböző szabályzók tervezésével foglalkozik. Ez a témakör is QP specifikus, hiszen a gázturbina állapottér-modellje QP-DAE alakú, behelyettesíthető algebrai egyenletekkel. Habár kizárólag hagyományos szabályzó-tervezési módszerek alkalmazására kerül sor, mindez a QP struktúra előnyeinek kiaknázásával történik.

A KDE rendszerek mozgásállandóinak (invariánsainak) megtalálása összetett matematikai probléma, továbbá komoly elméleti és gyakorlati jelentősége van a rendszer-és irányításelméletben [3]. Az utolsó témakör célja egy új, algoritmizálható módszer kifejlesztése QP állapottér-modellek QP típusú invariánsainak megkeresésére.

2. A felhasznált eszközök és módszerek

Az alábbiakban a dolgozatomban felhasznált főbb alapfogalmakat, eszközöket és módszereket mutatom be röviden.

2.1. Rendszermodellek

Állapotegyenletek közönséges differenciálegyenlet-rendszer (KDE) alakban

Jelölje $x \in \chi \subset \mathbb{R}^n$, az állapotok vektorát, $u \in \mathbb{R}^p$ és $y \in \mathbb{R}^q$ a bemenetek és kimenetek vektorát. Az általános input-affin alak egy KDE állapotegyenletből és egy kimeneti egyenletből áll [11]:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x) + \sum_{i=1}^{p} g_i(x)u_i \qquad (1)$$

$$y = h(x) \qquad (2)$$

ahol $f, g_i \in \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n,\ i = 1,\dots,p$ és $h \in \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^q$ folytonosan differenciálható nemlineáris függvények, és $u = [u_1,\dots,u_p]^T$.

Az $I : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ függvényt az (1) KDE **invariánsának** (mozgásállandójának, első integráljának vagy rejtett algebrai megszorításának) nevezzük, ha

$$\frac{d}{dt}I = \frac{\partial I}{\partial x} \cdot \dot{x} = 0.$$

Állapotegyenletek differenciál-algebrai egyenletrendszer (DAE) alakban
A következő input-affin, félig explicit DAE [12] a *koncentrált paraméterű dinamikus rendszerek általános reprezentációjának* tekinthető:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x,z) + \sum_{i=1}^{p} g_i(x,z)u_i \\ 0 &= w(x,z) \\ y &= h(x,z)\end{aligned}$$

ahol $x \in \mathbb{R}^{n_1}$ és $z \in \mathbb{R}^{n_2}$ a differenciális és az algebrai változók vektorai, $f, g_i \in \mathbb{R}^{n_1+n_2} \mapsto \mathbb{R}^{n_1}$, $i = 1,\ldots,p$, $w \in \mathbb{R}^{n_1+n_2} \mapsto \mathbb{R}^{n_2}$ és $h \in \mathbb{R}^{n_1+n_2} \mapsto \mathbb{R}^{q}$ folytonosan differenciálható nemlineáris függvények, továbbá $u = [u_1,\ldots,u_p]^T$ a bemenetek vektora.

Kvázipolinom (QP) rendszerek
A nemlineáris autonóm KDE modellek (azaz (1)-(2) ahol $u = 0$ vagy $u = \phi(x)$) többsége, amely folytonosan differenciálható nemlinearitásokkal rendelkezik, algoritmikusan átalakítható ún. kvázipolinom (QP) formájúra [13]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_i\big(\lambda_i + \sum_{j=1}^{m} A_{ij}U_j\big), \quad x_i > 0, \quad i = 1,\ldots,n, \quad m \geq n && (3)\\ y &= h(x) && (4)\end{aligned}$$

ahol az U_j-k a rendszer *kvázimonomjai* (QM):

$$U_j = \prod_{k=1}^{n} x_k^{B_{jk}}, \quad j = 1,\ldots,m$$

és $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $B \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $\lambda \in \mathbb{R}^{n}$ konstans mátrixok és vektorok.

A (3) QP állapotegyenlet **Lotka-Volterra (LV) alakja** a következő [13]:

$$\dot{U}_\ell = U_\ell\Big(\lambda_{LV_\ell} + \sum_{j=1}^{m} A_{LV_{\ell,j}}U_j\Big), \qquad \ell = 1,\ldots,m \qquad (5)$$

ahol az állapotvektor elemei pontosan a kvázimonomok: $U = [U_1,\ldots,U_m]^T$, $\lambda_{LV} = B\cdot\lambda \in \mathbb{R}^m$ and $A_{LV} = B\cdot A \in \mathbb{R}^{m\times m}$. A QP modellekből származtatott LV modellek általában nem-minimálisak ($m > n$ eset), így állapottrajektóriáik $\mathbb{R}^m$ egy alacsonyabb, n dimenziós sokaságán (felületén) mozognak.

2.2. Stabilitásvizsgálat: LV rendszerek lokális kvadratikus stabilitása

Jelölje U^* az (5) LV állapotegyenlet U állapotvektorának egy állandósult állapotát, és legyen $\overline{U} = U - U^*$. E rendszer általános kvadratikus Ljapunov függvény jelöltje és annak idő szerinti deriváltja:

$$\begin{aligned} V(\overline{U}) &= \overline{U}^T P \overline{U}, \quad P \in \mathbb{R}^{m \times m}, \;\; P > 0 \\ \frac{dV}{dt} &= \overline{U}^T \left\{ P \langle \overline{U} \rangle A_{LV} + P \langle U^* \rangle A_{LV} + A_{LV}^T \langle \overline{U} \rangle P + A_{LV}^T \langle U^* \rangle P \right\} \overline{U} \end{aligned}$$

ahol $[\overline{U}_1, \ldots, \overline{U}_m]^T \in \mathscr{N} \subset \mathbb{R}^m$, továbbá $\langle \overline{U} \rangle$ és $\langle U^* \rangle$ az $\overline{U}$ és U^* vektorokból épített diagonális kvadratikus mátrixok.

A kvadratikus Ljapunov függvény időben nem növekedő tulajdonsága az origó egy $\mathscr{N}$ környezetében ekvivalens a következő mátrix-egyenlőtlenség érvényességével, amely *bilineáris* a P és $\langle \overline{U} \rangle$ mátrix-változóiban [10]:

$$P \langle \overline{U} \rangle A_{LV} + P \langle U^* \rangle A_{LV} + A_{LV}^T \langle \overline{U} \rangle P + A_{LV}^T \langle U^* \rangle P \leq 0 \tag{6}$$

Így a kvadratikus stabilitási tartomány megbecsülhető úgy, hogy megoldjuk (6)-ot lineáris mátrix-egyenlőtlenségként [14] $\langle \overline{U} \rangle = 0$ mellett P-re, majd a kapott P-vel megoldjuk a (6) lineáris mátrix-egyenlőtlenséget $\langle \overline{U} \rangle$-ra. Az összes lehetséges megoldás az origó egy *konvex környezetét* adja [14].

A dolgozatomban számos különböző **szabályzó-tervezési módszert** alkalmaztam. Valamennyi szabályzó input-output linearizáláson [3] vagy adaptív visszacsatoló linearizáláson [4] alapszik. A linearizált rendszerekre lineáris kvadratikus szabályzókat [11] és/vagy megszorított lineáris optimális szabályzót alkalmaztam [15].

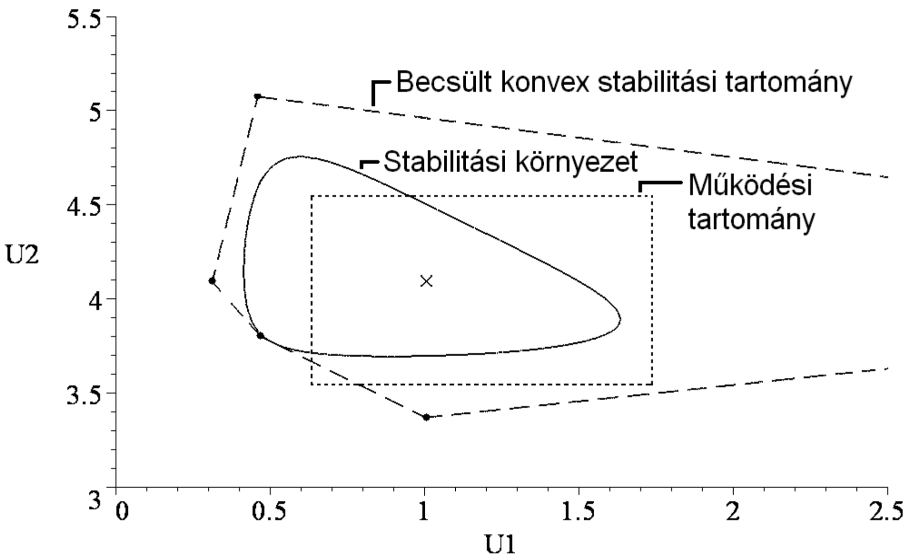
Egy DEUTZ T216 típusú kisteljesítményű **gázturbina** identifikált modelljét használtam fel vizsgálataimhoz. A gázturbina harmadrendű nemlineáris input-affin modelljét [16] írja le.

3. Új tudományos eredmények

Az értekezésben leírt új tudományos eredményeket az alábbi tézisekben foglaltam össze.

1. tézis *Egy kisteljesítményű gázturbina QP modellje zéró dinamikáinak stabilitás-vizsgálata* (3. fejezet)
(**[P1],[P2],[P3],[P4]**)
Egy kisteljesítményű gázturbina irodalomból vett harmadrendű nemlineáris QP modellje [16] két különböző zéró dinamikájának lokális stabilitását analizáltam.

A turbina belépő nyomásra mint kimenetre *vonatkozó zéró dinamika* lokális stabilitását LV rendszerekre kifejlesztett módszer [10] segítségével vizsgáltam meg. A stabilitási környezet megbecslésével megmutattam, hogy a zéró dinamika stabil egy jellemző munkapont nagy környezetében (a működési tartomány 56 %-a). Szimulációk segítségével megmutattam, hogy a becslés konzervatív: a valódi stabilitási tartomány nagyobb, mint a becsült. A fenti módszer alkalmazásával más állandósult állapotokhoz tartozó zéró dinamikák stabilitási környezeteinek becslésével az eredményeket általánosítottam és feltártam a becslés konzervativitásának lehetséges okait.



1. ábra. Kvadratikus stabilitási környezet becslése

A fordulatszámra vonatkozó zéró dinamikát nem-QP formája és algebrai komplexitása miatt fázisdiagramok segítségével vizsgáltam meg. Az egyensúlyi pont egyértelműnek és stabilnak bizonyult a teljes működési tartományon, tetszőleges konstans fordulatszám- és terhelésértékek esetén.

E tézis eredményei szolgáltak alapul a kisteljesítményű gázturbina szabályzóstruktúrájának megválasztásánál.

2. tézis *Szabályzótervezés a kisteljesítményű gázturbinára* (4. fejezet) (**[P2],[P3],[P4],[P5],[P6]**)

Input-output linearizáláson alapuló szabályzóstruktúrát választottam a gázturbina fordulatszámának szabályozására. Három szabályzót terveztem különböző szabályozási célok megvalósítására:

(a) LQ-szervó szabályzó, amely egy szakaszonként konstans fordulatszám referenciajelet követ, a terhelési nyomaték időfüggvénye ismert;

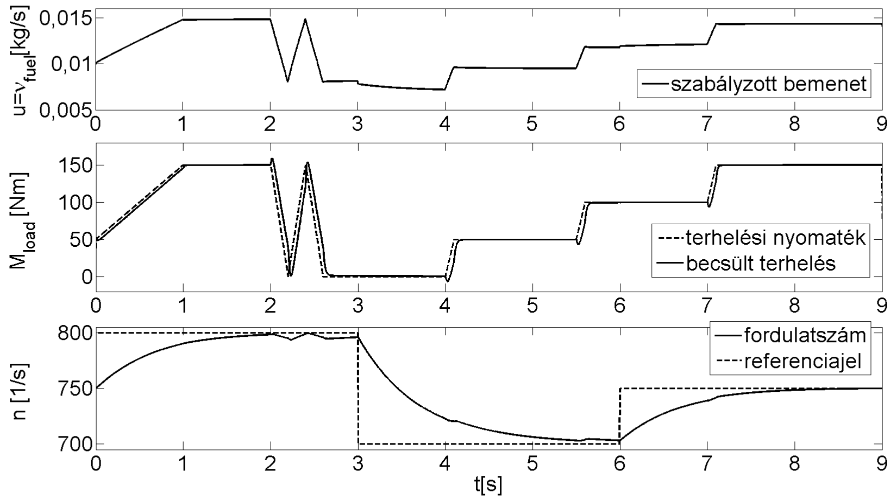
(b) LQ+MPT szabályzó, amely a fordulatszámot és annak idő szerinti deriváltját előre definiált korlátok között tartja, a terhelési nyomaték mérhető;

(c) egy új, adaptív LQ-szervó szabályzó, amely (a) kiterjesztése: *a terhelési nyomaték időfüggvénye ismeretlen, amelyet a szabályzó adaptívan becsül*.

Szimulációk segítségével megmutattam, hogy mindhárom szabályzó garantálja a zárt rendszer robusztusságát mind a modell paraméterek bizonytalanságaival, mind a környezeti zavarásokkal szemben.

Az (a) és (b) esetben a terhelési nyomatékot ismertnek tekintettem, holott legtöbb esetben ez nem mérhető környezeti zavarás. A (c) szabályzóval ezt a valósághű esetet kezeltem egy újszerű megközelítéssel: a terhelést egy dinamikus visszacsatolás becsli egy adaptív input-output linearizáló szabályzó segítségével. MATLAB/SIMULINK környezetben végzett 'legrosszabb eset'-re vonatkozó szimulációk segítségével megmutattam, hogy a szabályzó helyesen becsli a terhelési nyomaték időfüggvényét, továbbá a fordulatszám jelkövetése robusztus mind a környezeti zavarásokkal, mind a modell paraméter bizonytalanságokkal szemben. Annak ellenére, hogy a terhelési nyomaték csupán becsült, a szabályzott rendszer az (a) esettel (ismert terhelési nyomaték) megegyező robusztusságot mutat.

Ezen eredmény fontosságát jól mutatja, hogy ezt a megközelítést gázturbinákra még nem alkalmazták, annak ellenére, hogy a terhelési nyo-



2. ábra. A terhelési nyomaték adaptív becslése

maték a legfontosabb, egyedüli nem mérhető, változékony környezeti zavarás, amely a gázturbina időbeni viselkedésére jelentős hatással bír.

3. tézis *QP rendszerek invariánsainak (első integráljainak) meghatározása* (5. fejezet)
(**[P7],[P8],[P9],[P10],[P11]**)
Kifejlesztettem egy új, egyszerű mátrix-vektor műveleteken alapuló, heurisztikus lépésektől mentes algoritmust, amely QP rendszerek QP típusú, explicit alakra hozható invariánsainak megkeresésére alkalmas.

Ezen algoritmus két különböző verzióját mutattam be: ezek egy, illetve több invariáns megkeresésére alkalmasak. Megmutattam, hogy mindkét változat polinomiális idejű, magas dimenziójú és nagy monomszámú QP modellek esetén is hatékony.

Az algoritmus mindkét változatát implementáltam MATLAB környezetben, működésüket sikeresen teszteltem számos fizikai rendszer matematikai modelljén.

Megvizsgáltam az algoritmus invariancia tulajdonságait két különböző transzformációval szemben, megmutatván ezzel az algoritmus képességeit és korlátait. Könnyű alkalmazhatósága, egyszerűsége és hatékonysága miatt - különösen nagy monomszámú QP modellek esetén -, az általam készített algoritmus mind futási idő, mind találati hatékonyság szempontjából jobbnak bizonyult, mint az irodalomból ismert, szintén QP rendszerekre tervezett QPSI invariáns kereső algoritmus [17].

4. Alkalmazási területek, további kutatási irányok

Mivel a stabilitásvizsgálathoz és szabályzótervezéshez a gázturbina részletes, nemlineáris modelljét használtam, a tervezett szabályzók fizikai implementálása a gázturbinára - különösen az adaptív szabályzóé - az első lépés az elméleti eredmények alkalmazására. Ezt követően a terhelést adaptívan becslő szabályzót más gázturbinákra is alkalmazni lehetne.

Számos lehetséges jövőbeli kutatási irány van, amely a gázturbina vizsgálatával és szabályozásával kapcsolatos:

- A turbina belépő nyomásra vonatkozó zéró dinamika stabilitásvizsgálatára más módszert lehetne alkalmazni, pl. egy *bilineáris* mátrixegyenlőtlenséget, amely remélhetőleg kevésbé konzervatív becslését adná a stabilitási tartománynak.

- Habár a fordulatszámra vonatkozó egydimenziós zéró dinamika igen összetett algebrai struktúrával rendelkezik, fázisdiagramja egy viszonylag egyszerű görbe. A fázisgörbe identifikációja polinomként, amely két konstans paramétertől (fordulatszám, terhelés) is függ, megnyitná az utat az elméleti stabilitás-vizsgálati módszerek alkalmazása előtt.

- A zárt rendszerek robusztusságát csak szimulációk segítségével tudtam ellenőrizni, holott a bizonytalanságok analitikus kezelése volna kívánatos. A gázturbina modell alapvető parametrikus és dinamikus bizonytalanságainak strukturált leírása jóval kedvezőbb körülményeket biztosítana a robusztus szabályzótervezés számára.

Mivel a nemlineáris input-affin KDE modellek többsége QP formára transzformálható, az invariáns kereső algoritmus hatékony és könnyen alkalmazható eszköz lehet KDE modellek QP alakú invariánsainak meghatározására.

A jövőbeli kutatás lehetséges irányai az alábbiak:

- Az algoritmus újraimplementálásával szimbolikus számítási környezetben (pl. MAPLE) parametrikus modelleket is kezelni lehetne.

- Továbbá az algoritmust konstruktívan lehetne alkalmazni nemlineáris rendszerek szabályozási célú vizsgálatára és visszacsatolás tervezésére is, például kombinálni lehetne kontroll Ljapunov függvény alapú technikákkal.

5. Az értekezés témaköréhez kapcsolódó publikációk

[P1] B. Pongrácz, G. Szederkényi, P. Ailer, and K. M. Hangos. Stability of zero dynamics of a low-power gas turbine. In *Proceedings of the 12th Mediterranean Control Conference - MED'04*, Turkey, 2004. *On CD.* (**1. tézis**)

[P2] B. Pongrácz. Nonlinear stability analysis and control of a low power gas turbine. In *Proceedings of the 2nd PhD Mini-Symposium*, pages 60-62, Veszprém, Hungary, 2004. (**1. és 2. tézis**)

[P3] B. Pongrácz, P. Ailer, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. Nonlinear zero dynamics analysis and control of a low power gas turbine. In *Proceedings of the 5th PhD Workshop on Systems and Control - a Young Generation Viewpoint*, pages 112-116, Balatonfüred, Hungary, 2004. (**1. és 2. tézis**)

[P4] B. Pongrácz, P. Ailer, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. Nonlinear zero dynamics analysis and control of a low power gas turbine. *Technical report SCL-003/2005, Computer and Automation Research Institute, HAS*, 2005.
`http://daedalus.scl.sztaki.hu/pdf/research reports/SCL-003-2005.pdf` (**1. és 2. tézis**)

[P5] P. Ailer, B. Pongrácz, and G. Szederkényi. Constrained control of a low power industrial gas turbine based on input-output linearization. In *Proceedings of the International Conference on Control and Automation - ICCA'05*, 2005. *On CD.* (**2. tézis**)

[P6] B. Pongrácz, P. Ailer, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. Nonlinear reference tracking control of a gas turbine with load torque estimation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, in print. DOI: 10.1002/acs.1020 (**2. tézis**)
Impakt faktor: 0.580

[P7] A. Magyar, G. Ingram, B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. On some properties of quasi-polynomial differential equations and differential-algebraic equations. *Technical report SCL-010/2003, Computer and Automation Research Institute, HAS*, 2003.
`http://daedalus.scl.sztaki.hu/PCRG/works/SCL-010-2003.pdf`
(**3. tézis**)

[P8] B. Pongrácz, G. Ingram, and K. M. Hangos. The structure and analysis of QP-DAE system models. *Technical report SCL-004/2004, Computer and Automation Research Institute, HAS*, 2004.
`http://daedalus.scl.sztaki.hu/pdf/research reports/SCL-004-2004.pdf` (**3. tézis**)

[P9] B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. An algorithm for determining invariants in quasi-polynomial systems. In *Proceedings of the 6th PhD Workshop on Systems and Control - a Young Generation Viewpoint*, Izola, Slovenia, 2005. *On CD.*
(**3. tézis**)

[P10] B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. An algorithm for determining a class of invariants in quasi-polynomial systems. *Technical report SCL-002/2005, Computer and Automation Research Institute, HAS,* 2005.
`http://daedalus.scl.sztaki.hu/pdf/research reports/SCL-002-2005.pdf` (**3. tézis**)

[P11] B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. An algorithm for determining a class of invariants in quasi-polynomial systems. *Computer Physics Communications,* **175:**204-211, 2006. DOI: 10.1016/j.cpc.2006.03.003 (**3. tézis**)
Impakt faktor: 1.595

6. Az értekezés témaköréhez nem kapcsolódó publikációk

[O1] B. Pongrácz. An algorithm for transforming a class of DAE models into a purely differential form. In *Proceedings of the 2nd PhD Workshop on Systems and Control - a Young Generation Viewpoint*, pages 31-40, Balatonfüred, Hungary, 2001.

[O2] B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. The effect of algebraic equations on the stability of process systems. In *Proceedings of the 3rd International PhD Workshop on Systems and Control*, Strunjan, Slovenia, 2002. *On CD.*

[O3] B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. The effect of algebraic equations on the stability of process systems. *Technical Report, SCL-003/2002 Computer and Automation Research Institute, HAS*, 2002.
`http://daedalus.scl.sztaki.hu/PCRG/works/SCL-003-2002.pdf`

[O4] B. Pongrácz. Stability analysis techniques for process models in DAE form - The effect of algebraic equations. In *Proceedings of the 1st PhD Mini-Symposium*, pages 55-57, Veszprém, Hungary, 2003.

[O5] B. Pongrácz, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. The effect of algebraic equations on the stability of process systems modelled by differential algebraic equations. In *Proceedings of the 13th European Symposium on Computer Aided Process Engineering - ESCAPE-13*, pages 857-862, Finland, 2003.

Hivatkozások

[1] K. M. Hangos and I. T. Cameron. *Process Modelling and Model Analysis*. Academic Press, London, UK, 2001.

[2] A. J. van der Schaft. *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer, London, UK, 2000.

[3] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer, Berlin, Germany, 1995.

[4] R. Marino and P. Tomei. *Nonlinear Control Design: Geometric, Adaptive, and Robust*. Prentice Hall, London, UK, 1995.

[5] A. Kumar and P. Daoutidis. *Control of nonlinear differential algebraic equation systems*. Chapman and Hall/CRC, London, UK, 1999.

[6] S. Reich. On the local qualitative behavior of differential-algebraic equations. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 14(4):427–443, 1995.

[7] A. Magyar, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. Quasi-polynomial system representation for the analysis and control of nonlinear systems. In P. Horacek, M. Simandl, and P. Zitek, editors, *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, pages 1–6, paper ID: Tu–A22–TO/5. Prague, Czech Republic, 2005.

[8] G. Szederkényi and K. M. Hangos. Global stability and quadratic Hamiltonian structure in Lotka-Volterra and quasi-polynomial systems. *Physics Letters A*, 324:437–445, 2004.

[9] J. La Salle and S. Lefschetz. *Stability by Liapunov's direct method with applications*. Academic Press, New York, USA, 1961.

[10] A. Magyar, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. Quadratic stability of process systems in generalized Lotka-Volterra form. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control (NOLCOS 2004)*, Stuttgart, Germany, 2004. *On CD*.

[11] K. M. Hangos, J. Bokor, and G. Szederkényi. *Analysis and Control of Nonlinear Process Systems*. Springer-Verlag, London, UK, 2004.

[12] R. E. Beardmore and Y. H. Song. Differential-algebraic equations: A tutorial review. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 8:1399–1411, 1998.

[13] B. Hernández-Bermejo, V. Fairén, and L. Brenig. Algebraic recasting of nonlinear systems of ODEs into universal formats. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 31:2415–2430, 1998.

[14] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM studies in Applied Mathematics, Philadelphia, USA, 1994.

[15] F. Borrelli. *Constrained Optimal Control of Linear and Hybrid Systems, vol. 290 of Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer, Berlin, Germany, 2003.

[16] P. Ailer, I. Sánta, G. Szederkényi, and K. M. Hangos. Nonlinear model-building of a low-power gas turbine. *Periodica Polytechnica Ser. Transportation Engineering*, 29(1-2):117–135, 2001.

[17] T. M. Rocha Filho, A. Figueiredo, and L. Brenig. [QPSI] A Maple package for the determination of quasi-polynomial symmetries and invariants. *Computer Physics Communications*, 117:263–272, 1999.