

Veszprémi Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Számítástudomány Alkalmazása Tanszék
Műszaki informatika szak

DIPLOMADOLGOZAT

**Decentralizált szabályozó rendszerek struktúrájának
tervezése**

Kiss Levente

Témavezető: Dr. Hangos Katalin

Veszprém

2004.

Nyilatkozat

Alulírott Kiss Levente, diplomázó hallgató, kijelentem, hogy a diplomadolgozatot a Veszprémi Egyetem Számítástudomány Alkalmazása tanszékén készítettem mérnök-informatikus diploma (master of engineering in information technology) megszerzése érdekében.

Kijelentem, hogy a diplomadolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel. Tudomásul veszem, hogy a diplomadolgozatban foglalt eredményeket a Veszprémi Egyetem, valamint a feladatot kiíró szervezeti egység saját céljaira szabadon felhasználhatja.

Veszprém, 2004. május 13.

Kiss Levente

Köszönetnyilvánítás

Hálásan megköszönöm témavezetőmnek, Dr. Hangos Katalinnak gondos irányítását, és a sok támogatást, amellyel munkámat, fejlődésemet segítette.

Köszönettel tartozom szüleimnek, hogy tanulmányaimat sok esztendőn át minden erejükkel segítették.

Tartalmi összefoglaló

Decentralizált szabályozó rendszerek struktúrájának gráfelméleti módszerekkel történő tervezését és újratervezését mutatom be ebben a diplomamunkában. Egy MIMO rendszert szeretnénk SISO szabályozókkal szabályozni, így a SISO szabályozók együttesen meghatároznak egy elosztott rendszer struktúráját. A struktúra meghatározásához a MIMO rendszert leíró struktúragráfot használjuk fel, amelyre az irodalomban található stabilizáló, vagy a zavarelnyomó szabályozó struktúra optimális kiválasztását megvalósító algoritmusok valamelyikét alkalmazva határozzuk meg a szabályozó rendszer struktúráját. Az optimális stabilizáló struktúra a szabályozók közötti kapcsolat minimalizálásával, az optimális zavarelnyomó struktúra pedig a szabályozók közötti interakció minimalizálásával, a páros gráfokra vonatkozó maximális párosítás algoritmust felhasználva talál megoldást. A maximális párosítás algoritmusával által meghatározott élek adják a szabályozó rendszer struktúráját.

A dolgozatomban bemutatom mindkét algoritmust egy hőcserélő hálózat példáján keresztül és az eredményt MATLAB SIMULINK program segítségével szimulálom úgy, hogy a struktúra által meghatározott helyekre PI szabályozót helyezek. Javaslok egy, a PI szabályozók kölcsönhatásának mennyiségi jellemzésére alkalmas módszert, amelyet a hőcserélő hálózatra tervezett szabályozó struktúrában megfigyelhető kölcsönhatások jellemzésére használok fel.

Ha a MIMO rendszer egy olyan bemenete meghibásodik, ahova szabályozót helyeztünk, akkor az elosztott szabályozó rendszer struktúráját szeretnénk úgy áttervezni, hogy a meglévőket minimálisan változtatjuk meg, és a rendszer meghibásodás előtt beállított szabályozott paramétereinek értéke ugyanazok maradnak. Az áttervezésre kidolgoztam egy olyan módszert, amely az irodalomból ismert, páros gráfok legközelebbi maximális párosítását meghatározó algoritmust használ fel. Az algoritmust egy hőcserélő hálózat példáján mutatom be, majd a rendszert MATLAB SIMULINK programmal szimulálom, és meghatározom az új struktúrában megfigyelhető kölcsönhatási jellemzőt.

Kulcsszavak: struktúragráf, szabályozó rendszer struktúra kiválasztás, MATLAB SIMULINK, PI szabályozó, legközelebbi maximális párosítás, struktúra áttervezés

Summary

Design and redesign of the structure of decentralized controller system using graph-theoretical methods is addressed in this diploma work. We would like to control a MIMO system with SISO controllers, thus the SISO controllers define together a distributed system structure. The structure graph describing MIMO system is used for the structure definition. Controller system structures are determined by algorithms implementing the optimal stabilizing and disturbance rejective controllers. The optimal stabilizing structures minimize the coupling, the optimal disturbance rejective structures minimize the interaction by using algorithms that utilize the perfect matching for finding the solutions. The controller system structure is determined by the edges determined by the perfect matching algorithm.

In this diploma work both algorithms are illustrated using a heat exchanger network as a case study, and the results are simulated in MATLAB SIMULINK so that I put PI controllers to the edges is defined by the structure. I propose a method for suitable quantitative characterization of the PI controllers' interaction, which is again illustrated on the heat exchanger network example for describing interactions in the designed controller structures.

If an actuator used by a controller fails then we would like to redesign the controller system structure with a minimal change in the structure and keep the value of the parameters previously set. For this problem I have developed a method that uses the algorithm of the closest maximum assignment known in the literature. This algorithm is also illustrated by the heat exchanger network and MATLAB SIMULINK is used for simulation. The interaction's parameters of the redesigned structure are also calculated.

Keywords: structure graph, controller system structure selection, MATLAB SIMULINK, PI controller, closest maximum assignment, structure redesign

1. Bevezetés	1
2. Elméleti alapok	3
2.1. Gráfelméleti alapok	3
2.1.1. Páros gráfok, maximális párosítás	3
2.1.2. Struktúra gráfok	4
2.1.3. Elosztott szabályozó rendszerek és struktúrájuk	5
2.2. Szabályozó rendszer struktúra kiválasztás módszerei	6
2.2.1. Struktúra kiválasztás relatív erősítési mátrix segítségével	8
2.2.2. Kereszthatások figyelembevételével történő kiválasztás	10
2.3. Szabályozó rendszer elemeinek kölcsönhatása	13
2.4. Szabályozástechnikai alapok	15
2.4.1. PID szabályozók	15
2.4.2. PID szabályozók hangolása	18
3. Hőcserélő hálózat modellezése MATLAB SIMULINK programmal	20
3.1. Hőcserélő cella modellje	20
3.2. Hőcserélő hálózat felépítése hőcserélő cellákból	21
3.3. MATLAB SIMULINK program bemutatása	23
3.4. Hőcserélő hálózat szimulációja MATLAB SIMULINK segítségével	25
4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő	32
4.1. Relatív erősítés segítségével történő kiválasztás	32
4.2. Struktúra meghatározása a kereszthatások figyelembevételével	37
4.3. Struktúrák szimulációja, összehasonlítása	42
5. Szabályozó rendszer struktúrájának áttervezése	48
5.1. A struktúra áttervezési feladat	48
5.2. A struktúra áttervezése legközelebbi maximális párosítás segítségével	50
5.3. Az algoritmus bemutatása hőcserélő hálózat példáján	55
5.4. Eredmény összehasonlítása más szabályozó rendszer struktúrával	60
6. Összefoglalás	62

1. Bevezetés

Egy szabályozni kívánt több bemenetű, több kimenetű (MIMO) rendszer esetén igen fontos kérdés az, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkező szabályozó egység(ek) áll(nak) rendelkezésünkre és ezek hány be- ill. kimenettel rendelkeznek. Abban az esetben, ha egy több bemenetű rendszer különböző bemeneteire nemcsak egy szabályozó van kötve, akkor ezt a több szabályozóból álló rendszert elosztott szabályozó rendszernek nevezzük. Az elosztott szabályozó rendszer elemei elhelyezésükből adódóan meghatároznak egy szabályozó rendszer struktúrát. Egy ilyen struktúra tervezése esetén fontos lépés az, hogy a szabályozó rendszer a lehető legjobban kielégítse egy adott szabályozási cél követelményeiben megfogalmazottakat, még a rendszer meghibásodása esetén is.

A dolgozatomban arról olvashatunk, hogy egy MIMO rendszer SISO szabályozókkal történő szabályozását hogy tudjuk hatékonyan megoldani. A diplomamunkámban gráfelméleti módszerekre támaszkodva bemutatok kétféle szabályozó struktúra kiválasztási módszert, továbbá ismertetek egy olyan struktúra áttervező algoritmust is, amely a rendszer meghibásodása esetén hatékonyan át tudja tervezni a szabályozó rendszer struktúráját. Minden egyes algoritmus ismertetését követően egy példán keresztül szemléltetem működésüket, majd a létrejött eredményeket MATLAB SIMULINK [7] program segítségével szimulálom, végül a kapott eredményeket összehasonlítom.

A munkám során felhasznált gráfelméleti módoszerek alapjai megtalálhatók [1] – ben, [5]-ben és [6] – ban. A kétféle optimális szabályozó struktúra kiválasztásánál és a struktúra áttervezésénél a vizsgált rendszer állapotter modelltje [5] segítségével felírható struktúragráfot [6] használtam fel. Mindkét optimális szabályozó struktúra kiválasztását megvalósító algoritmusok esetén egy fontos lépés a súlyozott páros gráfok maximális párosításának algoritmus [1].

A struktúra kiválasztó algoritmusok működését a [2] – ben leírtak alapján, három hőcserélő cellából [6] felépített hőcserélő hálózat példáján keresztül mutatom be úgy, hogy a struktúra által meghatározott helyekre PI szabályozókat helyezek, amelyeket a [4] – ben leírtak alapján illeszték hozzá a rendszerhez.

A szabályozó rendszer struktúráját áttervező algoritmust a [8] – ban leírt algoritmus felhasználásának segítségével dolgoztam ki.

Az algoritmusok összehasonlításnál a [3] – ban leírtakat figyelembe véve jártam el.

A diplomadolgozatom a következőképpen épül fel. A 2. fejezetben elméleti alapok ismertetésével kezdem a munkám, ahol bemutatásra kerül a két optimális szabályozó struktúrát kiválasztó algoritmus. A két algoritmust a 3. fejezetben leírtak alapján létrehozott hőcserélő hálózaton futtatom le. A hőcserélő hálózaton végrehajtott algoritmusok lépéseit és a végeredményeket a 4. fejezet ismerteti. Az 5. fejezet első felében a szabályozó rendszer struktúráját áttervező algoritmust mutatom be, majd a 4. fejezet egy példáját felhasználva szemléltetem az algoritmus működését.

2. Elméleti alapok

A dolgozat ezen fejezete röviden összefoglalja azokat az elméleti alapokat, amelyeket felhasználtam a feladatom megoldása során. Tartalmaz néhány gráfelmélettel kapcsolatos definíciót. Megtudhatjuk, hogy mit is értünk egy rendszer struktúragráfján, és egy adott rendszer esetén ezeket hogyan tudjuk meghatározni, végül PID szabályozókról és ezek hangolásáról olvashatunk.

2.1. Gráfelméleti alapok

A nagyon sok probléma könnyebben reprezentálható és megoldható, ha gráfok segítségével folyamodunk. A következőkben leírásra kerülnek azon definíciók, amelyeket a dolgozatom során felhasználok.

2.1.1. Páros gráfok, maximális párosítás

A páros gráfok maximális párosításának algoritmusára egy olyan módszer, amelyet több tudományágban használnak [1].

Definíció 1. *A $G = (V; E)$ gráfot párosnak nevezzük, ha V csúcshalmaza felosztható két diszjunkt részre – V_1 -re és V_2 -re – úgy, hogy minden él ezen két halmaz között fut, vagyis $(x; y) \in E$ esetén $x \in V_1$ és $y \in V_2$ vagy fordítva.*

Definíció 2. *Legyen $G = (V; E)$ egy tetszőleges gráf. Az E élhalmaz $E' \subseteq E$ részhalmaza G egy párosítása, ha a $G' = (V; E')$ gráfban minden pont foka legfeljebb egy.*

Definíció 3. *A G gráf egy E' párosítása maximális, ha G minden E'' párosítására $|E''| \subseteq |E'|$.*

2.1.2. Struktúra gráfok

Legyen adott egy folytonos idejű, determinisztikus, dinamikus rendszer lineáris, idő-invariáns állapotter modelltje [5]:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= Ax + B_x u + L_x d, \\ y &= Cx + B_y u + L_y d,\end{aligned}\tag{1}$$

ahol $x \in \mathbb{R}^q$ az állapot-, $u \in \mathbb{R}^p$ a bemeneti-, $d \in \mathbb{R}^r$ a zavarás-, $y \in \mathbb{R}^z$ pedig a kimeneti változók által alkotott vektorok.

Definíció 4. A fenti (1) rendszer struktúráját [2] egy irányított $S=(v,\varepsilon)$ gráf segítségével is megadhatjuk, ahol v csúcshalmazt négy partícióra oszthatjuk:

$$\begin{aligned}v &= X \cup A \cup D \cup Y \\ X \cap A &= X \cap D = X \cap Y = \emptyset \\ A \cap D &= A \cap Y = D \cap Y = \emptyset\end{aligned}$$

X a q számú állapot változó halmaza, A a p számú bemeneti változót tartalmazó halmaz, D az r számú zavarásváltozó halmaza, Y pedig a z számú kimeneti változó által definiált halmaz. Minden olyan v_2 csúcsból vezet v_1 -be él, ahol a v_2 változó szerepel a v_1 - et meghatározó egyenlet jobb oldalán, azaz létezik $e \in \varepsilon$ él, ha $v_1 \in A \cup D \cup X$, $v_2 \in X \cup Y$, minden $e=(v_1, v_2) \in \varepsilon$ -ra.

Ebből következik, hogy az élek csak az $A \cup D \cup X$ halmazok elemeiből indulhatnak, és Y halmaz elemeihez érkeznek.

Ha az (1) állapotegyenletek nemlineáris formában [2] adottak a

$$\frac{dx}{dt} = F(x, u, d), \quad y = G(x, u, d),$$

állapotegyenletekkel, ahol F és G nemlineáris függvények, akkor az (1) állapotter egyenletek A, B_x, B_y, C, L_x, L_y mátrixait úgy kapjuk meg, hogy a függvényeket x^*, u^*, d^* pontok körül linearizáljuk.

A mátrixot tehát az F és a G függvények $(x^*, u^*, d^*$ munkapont körüli) Jacobi-mátrixainak meghatározásával adhatjuk meg.

$$A = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_*, \quad B_x = \left(\frac{\partial F}{\partial u} \right)_*, \quad B_y = \left(\frac{\partial F}{\partial u} \right)_*,$$

$$C = \left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)_*, \quad L_x = \left(\frac{\partial F}{\partial d} \right)_*, \quad L_y = \left(\frac{\partial G}{\partial d} \right)_*$$

Ezt követően meg tudjuk határozni az előző módszerhez hasonlóan a gráf éleit.

Az eddigi gráfalkotási módszer csak részleges információt nyújtott a rendszerről, mivel a csúcsokat összekötő élek súlyozatlanok voltak, így csak azt tudtuk meg, hogy mely változók hatnak egymásra. Az élek súlyozásával viszont teljes információt kaphatunk a rendszerről. Vezessünk be egy ω függvényt, amellyel definiáljuk az élekhez tartozó súlyokat. $\omega(v_i, v_j) := \omega_{ij}$, minden $(v_i, v_j) \in S$, $S=(v, \varepsilon)$, $e=(v_i, v_j) \in \varepsilon$. Determinisztikus állapotter modell esetén ezek valós értékeket vesznek fel, így egy állapotter modellt egyértelműen megfeleltethetünk egy, a rendszert tökéletesen leíró, súlyozott, irányított $S=(v, \varepsilon, \omega)$ gráffal.

2.1.3. Elosztott szabályozó rendszerek és struktúrájuk

Egy szabályozni kívánt több bemenetű, több kimenetű (MIMO) rendszer esetén igen fontos kérdés az, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkező szabályozó egység(ek) áll(nak) rendelkezésünkre és ezek hány be- ill. kimenettel rendelkeznek.

Abban az esetben, ha egy több bemenetű rendszer különböző bemeneteire nemcsak egy szabályozó van kötve, akkor ezt a több szabályozóból álló rendszert elosztott szabályozó rendszernek nevezzük. Az elosztott szabályozó rendszer elemeinek elhelyezéséből adódóan meghatároznak egy szabályozó struktúrát. Célunk az, hogy a struktúra kiválasztását úgy valósítsuk meg, hogy az a lehető legjobban kielégítse egy adott szabályozási cél követelményeiben megfogalmazottakat. Ez a kiválasztás megoldható gráfelméleti módszerekkel.

A diplomamunka azt az esetet vizsgálja, amikor egy bemenetű, egy kimenetű (SISO) szabályozók állnak rendelkezésünkre, és ezek optimális elhelyezését kell megvalósítanunk egy több bemenetű, több kimenetű rendszeren.

Legyen adott egy struktúragráf, amely az (1) állapotér modellt reprezentálja. Hagyjuk el a gráfból a kimeneti változó által alkotott csúcsokat, és a hozzájuk tartozó éleket! Töröljük az állapotváltozó-csúcsok közötti éleket is, és tekintsünk el az irányítástól!

Ekkor egy olyan páros gráfot kapunk, amelynek egyik csúcshalmaza a bemeneti változó halmaz, a másik pedig az állapotváltozó halmaz.

Az így kapott gráfra alkalmazhatók a páros gráfokra alkalmazott algoritmusok. A gráf maximális párosításával kapott csúcspárok tekinthetők egy elosztott állapotvisszacsatolási szabályozó rendszer struktúrájának, mivel páros gráfunkat egy több bemenetű, több kimenetű rendszerből alkottuk, és nekünk egy bemenetű, egy kimenetű (SISO) szabályozók állnak rendelkezésünkre, amely ez esetben a maximális párosításkor létrejött kitüntetett éleknek feleltethetők meg. A párosított csúcsokhoz tartozó bemenetekre helyezzük a szabályozókat, és a megfelelő állapotváltozókat szabályozzuk velük.

2.2. Szabályozó rendszer struktúra kiválasztás módszerei

Ebben a fejezetben ismertetek kétféle szabályozó rendszer struktúra kiválasztási módszert. Az egyik módszer esetén a szabályozó rendszert, mint stabilizáló egységet vesszük figyelembe, és a szabályozó rendszer struktúráját az alapján választjuk ki, hogy az adott bemenetre helyezett szabályozó mekkora erősítéssel hat a szabályozni kívánt változóra.

A másik kiválasztási módszer esetén pedig elsődleges szempontnak a szabályozó rendszer zavarelnyomó tulajdonságát szeretnénk érvényesíteni. Ekkor a struktúra kiválasztást az határozza meg, hogy az egyes szabályozó egységek között mekkora zavaró hatás észlelhető.

A két módszer bemutatása előtt néhány definíciót ismertetnék, amelyek segítik későbbiekben a könnyebb jelölést.

Definíció 5. [2] Egy (folyamat- és) állapotvisszacsatolt struktúrához jutunk, ha vesszük az S struktúra (lásd **Definíció 4.**) gráf egy részgráfját, amely úgy jön létre, hogy az eredeti gráfból eltávolítjuk az Y halmazba tartozó csúcsokat (kimeneti változók) és a hozzájuk tartozó éleket. Így kapunk egy $PC=(V,E)$ irányított gráfot, ahol a V -t feloszthatjuk három partícióra:

$$V=X \cup A \cup D, X \cap A = X \cap D = A \cap D = \emptyset$$

ahol X az állapotváltozók halmaza, A a bemeneti változók halmaza, D pedig a zavarás változókat tartalmazó halmaz. Minden $e \in E$ él X -ben végződik, így $v_1 \in X \cup A \cup D$, $v_2 \in X$, minden $e=(v_1, v_2) \in E$. A PC gráfot állapot visszacsatolt struktúra gráfnak nevezzük.

Definíció 6. [2] A PC állapot visszacsatolt struktúra gráfnak (lásd **Definíció 5.**) egy részgráfját véve kapjuk $PC_X=(X, E_X)$ -et, amely az $E_X=\{e \in (v_1, v_2) \mid v_1, v_2 \in X \text{ és } e \in E\}$ éleket tartalmazza. Ezt a gráfot állapotstruktúra gráfnak nevezzük.

Definíció 7. [2] A PC állapot visszacsatolt struktúragráfot fel tudjuk osztani a rendszerbe iktatott szabályozók számát figyelembe véve is. Az így kapott gráf az elosztott állapot-visszacsatolt struktúra gráf:

$$PC^{(i)}=(V^{(i)}, E^{(i)}), E^{(i)}=\{(v_1, v_2) \in E \mid v_1, v_2 \in V^{(i)}\}, i=1, \dots, c,$$

ahol c a rendszerbe iktatott szabályozók száma, és $V^{(i)}$ az i -edik szabályozó struktúrája, amit egy un. struktúra index $(n^{A^{(i)}}, n^{X^{(i)}}, n^{D^{(i)}})$ hármassal jellemezhetünk, ahol

$$\begin{aligned} V^{(i)} \cap V^{(j)} &= \emptyset \quad \forall 1 \leq i < j \leq c, \\ X \cup D &\subset \bigcup_{i=1}^c V^{(i)} \subseteq V, \\ A \cap V^{(i)} &\neq \emptyset, \quad X \cap V^{(i)} \neq \emptyset, \quad \forall 1 \leq i \leq c, \\ n^{A^{(i)}} &= |A^{(i)}|, \quad n^{X^{(i)}} = |X^{(i)}|, \quad n^{D^{(i)}} = |D^{(i)}|, \\ A^{(i)} &= A \cap V^{(i)}, \quad X^{(i)} = X \cap V^{(i)}, \quad D^{(i)} = D \cap V^{(i)}. \end{aligned}$$

2.2.1. Struktúra kiválasztás relatív erősítési mátrix segítségével

A szabályozókat osztályozhatjuk a szabályozási cél alapján. Eszerint egy fontos osztályt képeznek a stabilizáló szabályozók. Ilyenek a teljes állapot-visszacsatolást megvalósító szabályozók is [5], amelyek egyidejűleg végzik a szabályozást és a stabilizálást feltéve, hogy a vizsgált rendszer irányítható.

Definíció 8. [2] *Az előbb definiált (lásd Definíció 7.) struktúragráfot elosztott stabilizáló struktúrának nevezzük, ha minden $PC^{(i)}$ részgráfja stabilizáló.*

Definíció 9. [2] *Stabilizáló struktúra esetén egy i és egy j ($1 \leq i \leq j \leq c$) szabályozó közötti kapcsolat az úgynevezett „csatolás”, amely a következő éleket tartalmazza:*

$$C^{(i,j)} = E^{(i,j)} \cup E^{(j,i)}$$

$$E^{(i,j)} = \{(v_k, v_l) \in E \mid v_k \in X^{(i)} \cup A^{(i)}, v_l \in X^{(j)}\}.$$

Két szabályozó közötti csatolás fokszáma:

$$m_C^{(i,j)} = m_C^{(j,i)} = n^{e(i,j)} + n^{e(j,i)},$$

$$n^{e(i,j)} = |E(i,j)|.$$

Az alábbiakban ismertetek néhány, elosztott stabilizáló szabályozó rendszer struktúra kiválasztási problémát, és megoldásukat.

- *Stabilizáló szabályozó létezésének problémája (SCE) [2] :*

Adott egy $PC=(V,E)$ struktúra gráf a hozzá tartozó (n^A_M, n^X_M, n^D_M) szabályozók maximális struktúra indexeivel. A gráfhoz akkor találunk stabilizáló struktúrát, ha a következők teljesülnek:

$$n^{A(i)} \leq n^A_M, n^{X(i)} \leq n^X_M, n^{D(i)} \leq n^D_M, \text{ minden } i=1, \dots, c.$$

- *Stabilizáló szabályozó optimális kiválasztásának problémája (SCO) [2]:*

Adott egy $PC=(V,E)$ struktúra gráf a hozzá tartozó (n^A_M, n^X_M, n^D_M) szabályozók maximális struktúra indexeivel. A gráfhoz akkor találunk optimális stabilizáló struktúrát, ha a következők teljesülnek:

$$n^{A(i)} \leq n^A_M, n^{X(i)} \leq n^X_M, n^{D(i)} \leq n^D_M, \text{ minden } i=1, \dots, c,$$

és a párosítás összes csatolás értékeit minimalizáljuk:

$$m_c = \min \sum_{1 \leq i \leq j \leq c} m_C^{(i,j)},$$

ahol a minimumot az összes lehetséges párosításra kell érteni.

- *Súlyozott stabilizáló szabályozó optimális kiválasztásának problémája (WSCO) [2]:*

Adott egy $PC=(V,E)$ struktúra gráf a hozzá tartozó (n^A_M, n^X_M, n^D_M) szabályozók maximális struktúra indexeivel és az $\omega(u,v), (u, v) \in E$ élsúlyokkal. A gráfhoz akkor találunk optimális súlyozott stabilizáló struktúrát, ha a következők teljesülnek:

$$n^{A(i)} \leq n^A_M, n^{X(i)} \leq n^X_M, n^{D(i)} \leq n^D_M, \text{ minden } i=1, \dots, c,$$

és a párosítás összes súlyozott csatolás értékeit minimalizáljuk:

$$m_c^W = \min \sum_{1 \leq i \leq j \leq c} \sum_{u \in X^{(i)} \cup A^{(i)}, v \in X^{(j)} \cup A^{(j)}} |w(u,v)|,$$

ahol a minimumot az összes lehetséges párosításra kell érteni.

Jól látható, hogy az első (SCE) problémánál csak keresünk egy elosztott stabilizáló szabályozó struktúrát (ha létezik), ami kielégíti a bemenetekre, állapotváltozókra, és a zavarváltozókra támasztott követelményeket.

A második problémát megoldó algoritmus (SCO) talál egy optimális megoldást az SCE által kiválasztható struktúrák közül. Így az SCE probléma az SCO egy részproblémájának tekinthető.

Az SCO súlyozott élekre kiterjesztett változatát jelenti a WSCO változat. Ennél az algoritmusnál az élek súlyait az (1) rendszer állapotegyenletének A és B_x mátrixainak nem-diagonális elemei adják. Fontos megemlíteni, hogy ezek a súlyok negatív értékeket is felvehetnek, azonban nekünk csak arra van szükségünk, hogy az egyes változók milyen mértékben hatnak egymásra, így ezek abszolút értékeit kell csak vizsgálni.

Mindhárom problémát ((SCE), (SCO), (WSCO)) polinom idő alatt meg tudjuk oldani, ha egy bemenetű, egy kimenetű szabályozókat kell elhelyeznünk a rendszeren [2].

Mivel nekünk SISO szabályozók állnak rendelkezésünkre, ezért az (1) rendszer B_x mátrixa befolyásolja csak a (WSCO) probléma megoldását. A B_x mátrix elemeinek abszolút értékéből alkotott mátrixot relatív erősítési mátrixnak nevezzük. Ez a mátrix írja le, hogy az egyes bementek milyen erősítéssel hatnak az állapotváltozóra. Tehát a (WSCO) probléma ebben az esetben a relatív erősítési mátrix segítségével történő struktúra kiválasztásnak tekinthető.

Legyen adott egy $PC=(V,E)$, $V=X\cup A$, $D=0$ gráf. Definiálhatunk ekkor egy $B_{PC}=(V,E')$ irányítás nélküli páros gráfot úgy, hogy a PC gráfban az X állapotváltozókat összekötő éleket elhagyjuk és eltekintünk az irányításoktól, így kapjuk az $E'=E\setminus E_X$ élhalmazt. Legyen $A=\{a_1, \dots, a_p\}$, $X=\{x_1, \dots, x_q\}$ a gráf két csúcshalmaza, legyen $p \geq q$, ekkor maximális párosításnak nevezzük azokat az (a_i, x_j) csúcsok által alkotott diszjunkt éleket, amik lefedik a teljes X halmazt [2].

WSCO esetben a maximális párosítást úgy kell elvégeznünk, hogy a súlyok abszolút értékének összege a maximális legyen.

Ezzel egy olyan szabályozó rendszer struktúrát kapunk, amelyben a szabályozók a lehető legnagyobb mértékben hatnak a szabályozni kívánt állapotváltozókra.

2.2.2. Kereszthatások figyelembevételével történő kiválasztás

Ez a fejezet röviden ismerteti azt, hogy hogyan tudjuk meghatározni egy rendszer szabályozó struktúráját, ha a célunk az, hogy a szabályozókat úgy helyezzük el, hogy azok legkevésbé zavarják egymást (a szabályozók közötti kölcsönhatásokkal később, a **2.3. fejezet** – ben foglalkozunk részletesebben).

A szabályozók egyik fajtáját képviselik a zavarelyomó szabályozók. Ezekkel a szabályozókkal kapcsolatban ismertetnék néhány definíciót.

Tekintsünk egy S struktúragráfot (lásd **Definíció 4.**). Legyen egy $a \in A$ bemeneti csúcsból induló út $P^a=(a,\dots)$, egy $d \in D$ zavarás változóból induló út $P^d=(d,\dots)$. Egy $v_k \in X$ csúcsot a P^a és a P^d utak kioltási pontjának nevezzük, ha a $v_k \in P^a, P^d$. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a P^a és a P^d kioltják egymást.

Definíció 10. [2] *Legyen adott egy S struktúragráf (lásd **Definíció 4.**). Az S gráfot zavarelyomó struktúragráfnak nevezzük, ha minden P^d úthoz található legalább egy $a \in A$ bemenet, amely kioltja azt.*

Definíció 11. [2] *Egy állapot-visszacstolt struktúra (lásd **Definíció 7.**) zavarelyomó, ha a hozzá tartozó struktúragráf (lásd **Definíció 10.**) zavarelyomó.*

Definíció 12. [2] *Egy elosztott állapot-visszacstolt struktúrát elosztott zavarelyomó struktúrának nevezünk, ha minden $PC^{(i)}$ (lásd **Definíció 7.**) részgráfja zavarelyomó.*

Definíció. 13. [2] *Zavarelyomó struktúra esetén egy i és egy j szabályozó között definiálhatjuk az úgynevezett interakciót, amely a következő éleket tartalmazza:*

$$I^{(i,j)} = E^{(i,j)} \cup E^{(j,i)}$$

$$E^{(i,j)} = \{(v_k, v_l) \in E \mid v_k \in X^{(i)} \cup A^{(i)} \cup D^{(i)}, v_l \in X^{(j)}\}.$$

Két szabályozó közötti interakciót fokszáma:

$$m_I^{(i,j)} = m_I^{(j,i)} = n^{e(i,j)} + n^{e(j,i)}$$

$$n^{e(i,j)} = |E^{(i,j)}|.$$

Az alábbiakban ismertetek néhány, elosztott zavarelyomó stabilizáló szabályozó rendszer struktúra kiválasztási problémát, és megoldásukat.

- *Zavarelnyomó szabályozó létezésének problémája (DCE) [2]:*

A DCE probléma és megoldása megegyezik a stabilizáló szabályozó létezése (SCE) (lásd **2.2.1. fejezet**) problémánál leírtakkal.

- *Zavarelnyomó szabályozó optimális kiválasztásának problémája (DCO) [2]:*

Adott egy $PC=(V,E)$ struktúra gráf a hozzá tartozó (n^A_M, n^X_M, n^D_M) szabályozók maximális struktúra indexeivel.

A gráfhoz akkor találunk stabilizáló struktúrát, ha a következők teljesülnek:

$$n^{A(i)} \leq n^A_M, n^{X(i)} \leq n^X_M, n^{D(i)} \leq n^D_M, \text{ minden } i=1, \dots, c,$$

és a párosítás összes interakció értékeit minimalizáljuk:

$$m_I = \min \sum_{1 \leq i \leq j \leq c} m_I^{(i,j)},$$

ahol a minimumot az összes lehetséges párosításra kell érteni.

- *Súlyozott zavarelnyomó szabályozó optimális kiválasztásának problémája (WDCO) [2]:*

Adott egy $PC=(V,E)$ struktúra gráf a hozzá tartozó (n^A_M, n^X_M, n^D_M) szabályozók maximális struktúra indexeivel és $\omega(u,v)$, $(u, v) \in E$ élsúlyokkal. A gráfhoz akkor találunk stabilizáló struktúrát, ha a következők teljesülnek:

$$n^{A(i)} \leq n^A_M, n^{X(i)} \leq n^X_M, n^{D(i)} \leq n^D_M, \text{ minden } i=1, \dots, c,$$

és a párosítás összes súlyozott interakció értékeit minimalizáljuk:

$$m_I^W = \min \sum_{1 \leq i \leq j \leq c} \sum_{u \in X^{(i)} \cup A^{(i)}, v \in X^{(j)} \cup A^{(j)}} |\omega(u,v)|,$$

ahol a minimumot az összes lehetséges párosításra kell érteni.

Az első (DCE) probléma keres egy elosztott zavarelnyomó szabályozó struktúrát.

A második algoritmus (DCO) talál egy optimális megoldást a DCE által kiválasztható struktúrák közül.

Az DCO súlyozott változata a WDCO probléma. Az élek súlyait az (1) rendszer állapotegyenletei A és B_x mátrixainak elemei adják. A súlyok ennél az esetnél is felvehetnek negatív értékeket, ebben az esetben is azok abszolút értékeivel számolunk. A zavarelnyomó szabályozó rendszer struktúra kiválasztás kapcsán felmerülő problémákat is polinom idő alatt meg tudjuk oldani, ha egy bemenetű, egy kimenetű szabályozókat kell elhelyeznünk a rendszeren [2].

Legyen adott egy $PC=(V,E)$, $V=X\cup A\cup D$ gráf. Definiálhatunk egy $B_{PC}=(V,E)$ irányítás nélküli páros gráfot. Legyen A , X a gráf két csúcshalmaza, ekkor maximális párosításnak nevezzük azokat az (a_i, x_j) csúcsok által alkotott diszjunkt éleket, amik lefedik a teljes X halmazt.

WDCO esetben a maximális párosítást úgy kell elvégeznünk, hogy a állapotváltozók között levő élsúlyok abszolút értékeinek összege minimális legyen.

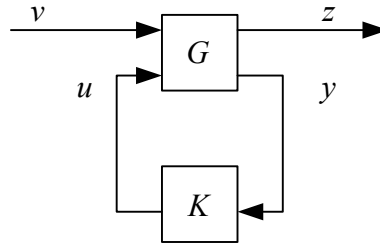
Ezzel egy olyan szabályozó rendszer struktúrát kapunk, amelyben az elhelyezett szabályozók a legkisebb mértékben zavarják egymást.

2.3. Szabályozó rendszer elemeinek kölcsönhatása

Szó esett arról, hogy egy elosztott szabályozó rendszer esetén a szabályozók zavarhatják egymást. Ez a fejezet röviden ismerteti azt, hogy mit is értünk ez alatt a zavarás alatt, és milyen esetekben jönnek létre ezek a zavarások.

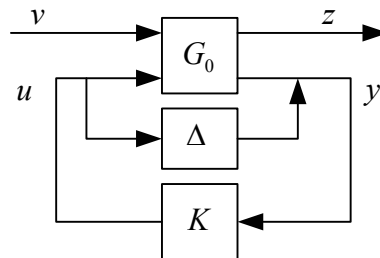
Definíció 14. *Legyen adott egy elosztott szabályozó rendszer. Ekkor két (a Definíció 7. szerinti $PC^{(i)}$ és $PC^{(j)}$, $i \neq j$) szabályozó között létezik kölcsönhatás, ha a rendszerhez tartozó szabályozó struktúrában a szabályozókhöz tartozó állapotok között létezik él. A kölcsönhatások mértéke az élek súlyaival egyeznek meg. Ezeket a kölcsönhatásokat keresztthatásoknak nevezzük.*

Az 1. ábrán látható rendszerben a K egy elosztott szabályozó rendszert leíró operátor, G a szabályozni kívánt rendszert leíró operátor. v a zavarjel, u a vezérlő bemenet, y a mért kimenet, z pedig a rendszer tényleges kimenete.



1. ábra: zavarjellel rendelkező, visszacsatolt rendszer

Ha egy szabályozni kívánt rendszert egy G operátor segítségével adnak meg (1. ábra), akkor az tartalmazza a keresztthatások miatt fellépő zavarásokat is. A 2. ábrán látható rendszer egy G_0 névleges operátor segítségével van megadva, amelyhez hozzáadódik a zavarások miatt fellépő Δ operátor.



2. ábra: visszacsatolt rendszer, G_0 névleges operátorral megadva

A rendszer tényleges kimenete: $G = G_0 + \Delta$.

A 2. ábrán látható rendszer átviteli függvénye nyitott kör esetén [3]:

$G(s)$:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix}$$

A zárt szabályozási kört vizsgálva, a rendszer átviteli függvénye [3]:

$$Z = F(G, K)V,$$

$$F(G, K) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}.$$

Ebben az esetben a szabályozók közötti kölcsönhatást úgy tudjuk minimalizálni, hogy a K operátor értékét úgy határozzuk meg, hogy a szabályozó rendszer stabilizálja a (G) rendszert, és az

$$\|F(G, K)\|_2^2$$

jelnorma minimális legyen [3].

2.4. Szabályozástechnikai alapok

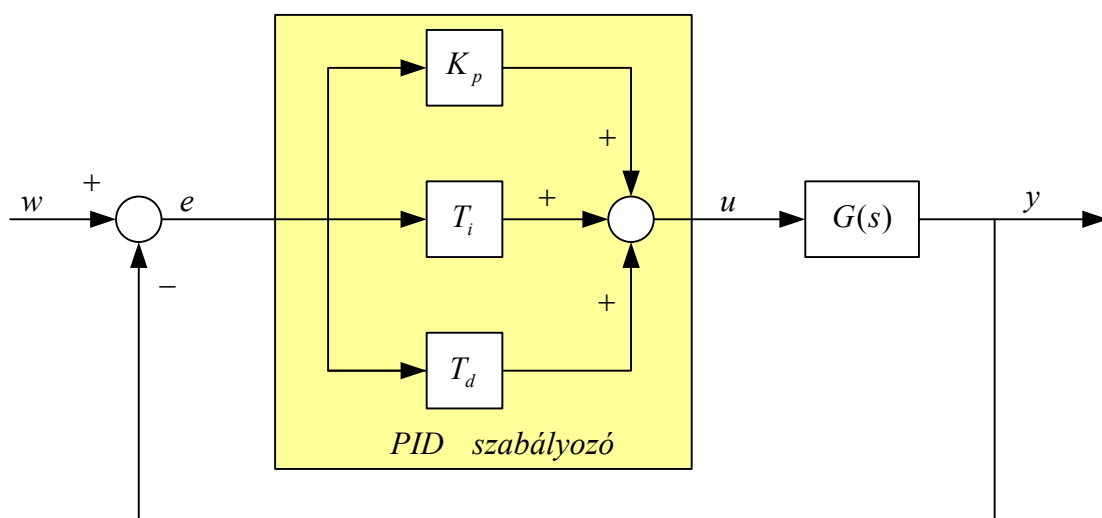
A következőkben röviden összefoglalom az egyik legegyszerűbb, ugyanakkor legelterjedtebb rendszer-szabályozási módszernek a dolgozatomban felhasznált elemeit. A PID szabályozó előnye az egyszerűségéből adódik. Bemutatom, hogy épül fel és hogy működik ez a szabályozó, majd ismertetem, hogyan lehet egy adott rendszerhez a megfelelő paramétereit beállítani.

2.4.1. PID szabályozók

A PID szabályozók három (arányos, integráló, differenciáló) tagból épülnek fel. Az egyes tagoknak meghatározott tulajdonságaik vannak, amelyek közösen egy hatékony szabályozási algoritmust alkotnak.

Egy egyszerű PID szabályozási kört ábrázol a 3. ábra [4], ahol a következő jelöléseket vezettük be:

- w : alapjel
- e : hibajel
- u : vezérlő, végrehajtó jel
- y : kimeneti jel
- $G(s)$: szabályozni kívánt rendszer



3. ábra: PID szabályozási kör

Az ábrán látható PID szabályozó három, egymástól függetlenül beállítható szabályozóból épül fel. Ezek tulajdonságait a változtatható paramétereik (T_i , T_d , K_p) segítségével lehet beállítani, majd együttes hatásuk figyelembe vételével illeszkednek egy adott rendszerhez. Tegyük fel, hogy mindegyik tag bemenete $e(t)$, kimenete $u(t)$. Ekkor az egyes szabályozókat a következőképpen jellemezhetjük [4]:

- *P: arányos (Proporcionális) tag:*

Abban az esetben, ha a másik két szabályozót figyelmen kívül hagyjuk ($T_i, T_d=0$), akkor a

$$u(t) = K_p * e(t)$$

függvénnyel jellemezhetjük, ahol a K_p erősítési tényező megválasztásával a kívánt körerősítés állítható be. Segítségével gyorsan kompenzálni lehet a fellépő bemeneti jel megváltozását.

- *I: integráló tag:*

Ha csak ezt a szabályozót tekintjük aktívnak ($T_d, K_p=0$), akkor a következő függvénnyel jellemezhetjük ezt a szabályozót:

$$u(t) = T_i \int_0^t e(\tau) d\tau .$$

Ez a szabályozó egy változtatható integrálási idővel (T_i) rendelkező, elhanyagolható tehetetlenségű integráló szerv. T_i az idő, amely alatt a szabályozó kimenő jele éppen az arányos erősítésnek megfelelő értékkel (K_p) változik meg. Ez a tag a zavarásokból eredő eltérést szünteti meg.

- *D: differenciáló tag*

Ha a másik két szabályozót figyelmen kívül hagyjuk ($T_i, K_p=0$), akkor ezt a szabályozót jellemző függvény az

$$u(t) = T_d \frac{de(t)}{dt}$$

függvény, ahol a T_d a változtatható differenciálási idő. A kompenzáció célja olyan kezdeti hatás létesítése, amely gyorsítja a zavarásokból adódó eltérés megszűnését.

Az összes tagot használatba iktatva, a PID szabályozót a következő függvénnyel jellemezhetjük:

$$u(t) = K_p * e(t) + \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} .$$

Látható, hogy a szabályozón belüli tagok más-más tulajdonságokkal rendelkeznek. A PID szabályozó tehát egyesíti az előbb említett szabályozók előnyeit.

A PID szabályozókat a kompenzációs lehetőségeik alapján a következőképpen csoportosíthatjuk:

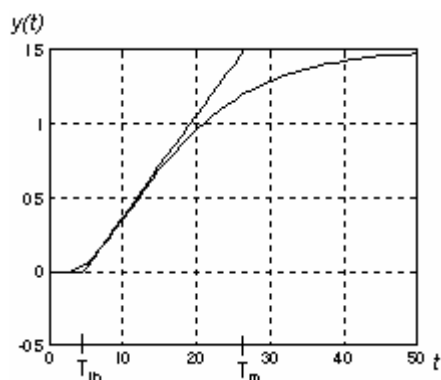
- P csak arányos kompenzáció történik,
- I csak integráló kompenzáció történik,
- PI arányos + integráló kompenzáció történik,
- PD arányos + differenciáló kompenzáció történik,
- PID arányos + integráló + differenciáló kompenzáció történik.

2.4.2. PID szabályozók hangolása

Az előzőekben bemutatásra kerültek a különböző kompenzációs módszerek és megoldások. A következőkben ezeknek a szabályozási körhöz történő illesztését ismertetem.

A PID szabályozó paraméter-beállításának egyik lehetősége az, hogy először az átmeneti függvény (egységugrás válaszfüggvény) formájában identifikáljuk a rendszert, majd az ún. Ziegler-Nichols féle módszer [4] segítségével meghatározzuk a keresendő paraméterek értékeit.

Legyen adott a következő átmeneti függvény (4. ábra):



4. ábra: átmeneti függvény

PID szabályozó konstans értékeinek meghatározása:

- Az átmeneti függvény inflexiós pontjába húzunk egy érintőt, majd az érintő, és az időtengely metszeteként létrejövő T_{lh} (látszólagos holtidő) értékét meghatározzuk,
- az érintő és az átmeneti függvény állandósult értékéhez húzott vízszintes metszetéből létrejövő T_m értékét meghatározzuk,
- majd meghatározzuk az átmeneti függvény felfutási idejét: $T_f = T_m - T_{lh}$.
- Az 1. táblázat segítségével leolvashatjuk, hogy mekkorára kell állítani az egyes paramétereket.

	$K_p \leq$	T_i	T_d
P	T_f/T_{hl}	∞	0
PI	$0.9 T_f/T_{hl}$	$>3.3 T_{hl}$	0
PD	$1.2 T_f/T_{hl}$	∞	$<0.25 T_{hl}$
PID	$1.3 T_f/T_{hl}$	$> T_{hl}$	$<0.5 T_{hl}$

1. táblázat

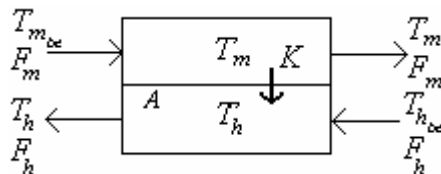
3. Hőcserélő hálózat modellezése MATLAB SIMULINK programmal

Ebben a fejezetben először egy ismert folyamatmodellezési eljárás alapján [6] leírt hőcserélő celláról olvashatunk. Majd egy háromcellás hőcserélő hálózatot ismertetek, amely három, előzőleg bemutatott hőcserélőből lett felépítve. A fejezetben bemutatásra kerül a MATLAB SIMULINK részprogramja is, amelyben modellezzük a hőcserélő hálózatot.

3.1. Hőcserélő cella modellje [6]

Ez a fejezet egy folyamatos, cső a csőben felépítésű, ellenáramú hőcserélő cella modellezéséről szól. Az ilyen hőcserélők elemi modellezési egysége az úgynevezett hőcserélő cella.

Legyen adott a 5. ábrán látható hőcserélő cella:



5. ábra: hőcserélő cella

Vezessük be a következő jelöléseket:

- h - hideg oldal (indexben),
- m - meleg oldal (indexben),
- T_{hbe} - hideg oldal bemeneti hőmérséklete,
- T_{mbe} - meleg oldal bemeneti hőmérséklete,
- T_h - hideg oldal kimeneti hőmérséklete,
- T_m - meleg oldal kimeneti hőmérséklete,

- F_h - hideg oldal tömegárama,
- F_m - meleg oldal tömegárama,
- V_h - hideg oldal térfogata,
- V_m - meleg oldal térfogata,
- c_{ph} - hideg oldal fajhője,
- c_{pm} - meleg oldal fajhője,
- ρ_h - hideg oldal sűrűsége,
- ρ_m - meleg oldal sűrűsége,
- A - hőátadási felület,
- K - hőátadási együttható.

A hőcserélő cella modelljében mind a hideg (V_h), mind a meleg oldalt (V_m) egy tökéletesen kevert tartálynak tekintjük, amelyek között az A hőátadási felületen keresztül hőenergia adódik át a meleg oldalról a hideg oldalra. A mérlegelési térfogatokban 1-1 komponensű anyag áramlik, ezek a térfogatok állandóak. Az F_h , F_m tömegáramokat állandónak tekintjük. Feltételezzük, hogy nincs hőveszteség és az K hőátadási együttható állandó.

Ha a rendszert leíró kiegészítő egyenleteket behelyettesítjük a mérlegegyenletekbe, akkor az energia mérlegek, amelyek egy hőcserélő cella dinamikus viselkedését leírják, a következők lesznek:

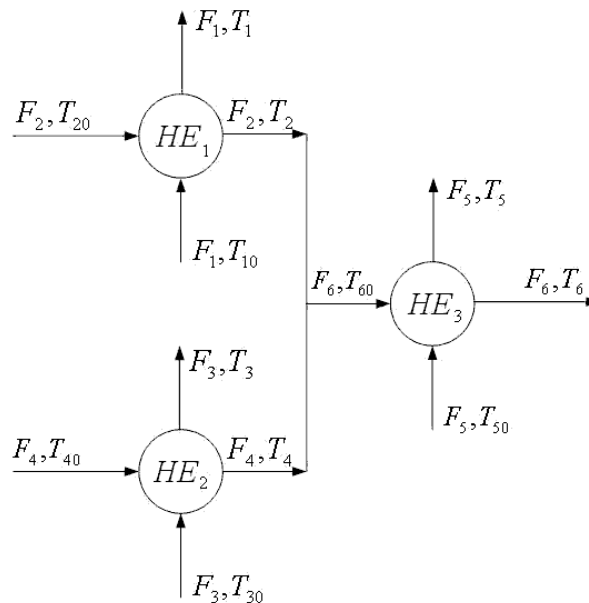
$$\frac{dT_h}{dt} = \frac{F_h}{V_h} (T_{h_{be}} - T_h) + \frac{KA(T_m - T_h)}{V_h \rho_h c_{ph}}$$

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{F_m}{V_m} (T_{m_{be}} - T_m) + \frac{KA(T_h - T_m)}{V_m \rho_m c_{pm}}$$
(2)

3.2. Hőcserélő hálózat felépítése hőcserélő cellákból

Az előző pontban ismertettem egy hőcserélő cella dinamikus modelljét. Hozzunk létre három ilyen cella segítségével egy hőcserélő hálózatot, és írjuk le a dinamikus viselkedését!

A hőcserélő hálózatban a cellák a 6. ábrán látható módon helyezkednek el!



6. ábra: hőcserélő hálózat

A 6. ábrán látható hőcserélő hálózat modelljének alkotásánál a hálózatban levő cellákra vonatkozó feltételek megegyeznek a **3.1 fejezet**ben leírt hőcserélő cellákra vonatkozó feltételekkel.

Legyenek a hőcserélő hálózat celláinál használt jelölések azok, amelyeket az előző fejezetben használtunk, a következő eltérésekkel:

- a páratlan számú indexekkel jelölt változók jelentsék a cellák hideg oldalát
- a páros számú index-el jelölt változók pedig legyenek az egyes cellák meleg oldalai
- az i_0 ($i=1, \dots, 5$) indexű változók jelentsék a cellák bemeneteit

Látható, hogy a HE₃-al jelölt cella melegoldali bemenete a HE₁-el és a HE₂-vel jelölt hőcserélők melegoldali kimeneteire van kötve.

A HE₃ hőcserélő melegoldali tömegárama ennek megfelelően a következőképpen adható meg:

$$F_6 = F_2 + F_4, \tag{3}$$

a melegoldali hőmérséklete pedig:

$$T_{60} = \frac{T_2 F_2 + T_4 F_4}{F_2 + F_4}. \quad (4)$$

Az előző fejezetben egy hőcserélő cellát a (2) dinamikus egyenletekkel írtuk le. Három ilyen cellát összekapcsolva a (6. ábra alapján) következő dinamikus egyenletekhez jutunk:

HE_1 esetén az egyenletek:

$$\begin{aligned} \frac{dT_1}{dt} &= \frac{F_1}{V_h} (T_{10} - T_1) + \frac{KA(T_2 - T_1)}{V_h \rho_h c_{ph}} \\ \frac{dT_2}{dt} &= \frac{F_2}{V_m} (T_{20} - T_2) + \frac{KA(T_1 - T_2)}{V_m \rho_m c_{pm}} \end{aligned} \quad (5)$$

HE_2 dinamikus egyenletei:

$$\begin{aligned} \frac{dT_3}{dt} &= \frac{F_3}{V_h} (T_{30} - T_3) + \frac{KA(T_4 - T_3)}{V_h \rho_h c_{ph}} \\ \frac{dT_4}{dt} &= \frac{F_4}{V_m} (T_{40} - T_4) + \frac{KA(T_3 - T_4)}{V_m \rho_m c_{pm}} \end{aligned} \quad (6)$$

HE_3 -at leíró egyenletek:

$$\begin{aligned} \frac{dT_5}{dt} &= \frac{F_5}{V_h} (T_{50} - T_5) + \frac{KA(T_6 - T_5)}{V_h \rho_h c_{ph}} \\ \frac{dT_6}{dt} &= \frac{F_6}{V_m} (T_{60} - T_6) + \frac{KA(T_5 - T_6)}{V_m \rho_m c_{pm}} \end{aligned} \quad (7)$$

3.3. MATLAB SIMULINK program bemutatása

A MATLAB [7] egy interaktív környezet tudományos és mérnöki számítások, szimuláció és adatok vizuális megjelenítése számára. SIMULINK a MATLAB egy részprogramja, amellyel dinamikus rendszerek szimulációját tudjuk elvégezni. A MATLAB és a SIMULINK a Math Works Inc. cég védett márkái.

A MATLAB egy mátrix-orientált nyelv, amelynek alapeleme egy kétdimenziós mátrix, ennek természetesen speciális esete a skalár mátrix és a sor- vagy oszlopvektor (egy sorból, vagy egy oszlopból álló mátrix). A mátrix elemei automatikusan 8-byte széles *double* változók. A nyelv más változó típust nem ismer. A MATLAB segítségével

3. Hőcserélő hálózat modellezése MATLAB SIMULINK programmal

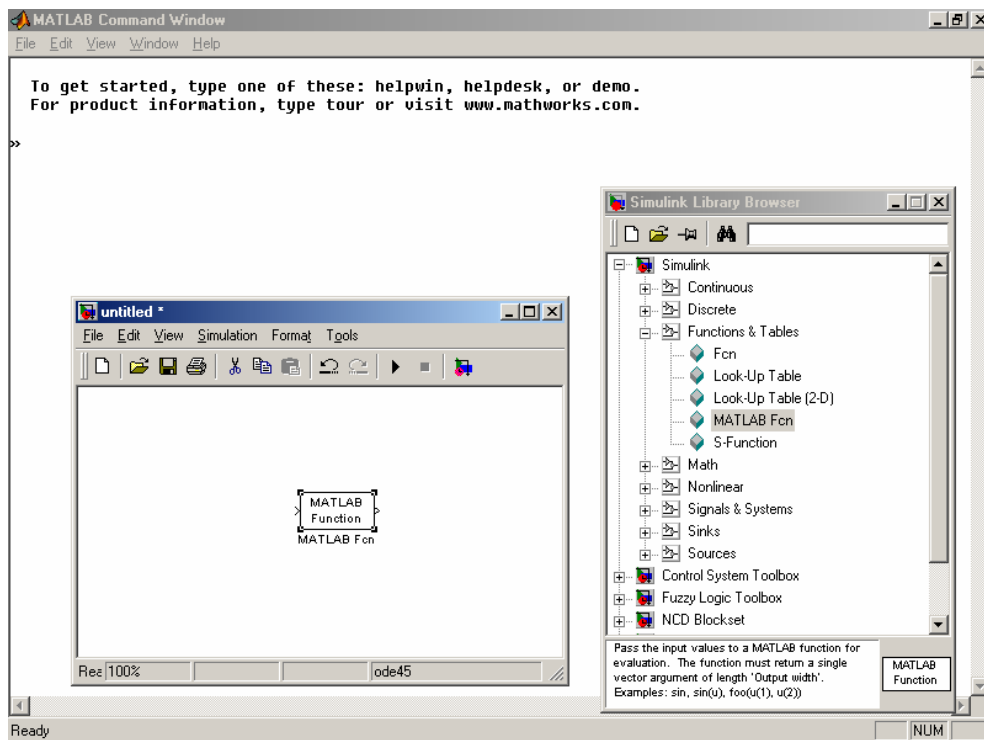
számos, mátrixokkal végzett szabályozástechnikai problémát egy-egy függvényparanccsal könnyedén meg tudunk oldani.

A SIMULINK egy grafikus felülettel rendelkező program, melyet a MATLAB command windowban kiadott simulink paranccsal, illetve az eszközáron elhelyezett parancsikonra kattintva tudunk elindítani. A SIMULINK egy blokkokból felépített dinamikus (differenciál- és/vagy differencia- és/vagy algebrai egyenletekkel leírható) rendszerek szimulációjára alkalmas program. A SIMULINK-nak két alapvető funkciója van, a modell-alkotás és a modell szimulációja.

A modellt blokkokból építjük fel, amelyek különböző típusosztályokba vannak szervezve (pl. források, lineáris rendszerekhez tartozó blokkok, kijelzők, stb.). A blokkdiagram bevitele értelemszerű, egy standard grafikus programéhoz hasonló. Az egységeket egyszerűen az egérrel, az aktuális munkafelületre húzva tudjuk beilleszteni.

A modell szimulálásakor több paraméter beállítása szükséges, melyek közül a legfontosabbak a szimuláció időtartománya, az alkalmazott numerikus integrálási módszer, a lépésköz nagysága és az elvárt pontosság.

A MATLAB, és a SIMULINK grafikus felületét a 7. ábra szemlélteti.



7. ábra: MATLAB, SIMULINK program

3.4. Hőcserélő hálózat szimulációja MATLAB SIMULINK segítségével

A 3.2 fejezetben alkalmával megismerkedtünk egy hőcserélő hálózat dinamikus modelljével, majd a 3.3 fejezetben röviden olvashattunk a MATLAB SIMULINK program környezetéről. Ebben a fejezetben a 6. ábrán látható hőcserélő hálózat modelljét szimuláljuk MATLAB SIMULINK segítségével.

Legyen adott egy 6. ábra alapján felépített hőcserélő hálózat a dinamikus egyenleteivel ((5), (6), (7)).

A hőcserélő hálózat állapotegyenletei tehát az (5), (6), (7) egyenletek.

A rendszer állapotváltozói ezután egyértelműen a cellák hőmérsékletei:

$$x = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6]^T,$$

ahol

- HE_1 hőcserélő cella állapotváltozói: T_1, T_2 ,
- HE_2 hőcserélő cella állapotváltozói: T_3, T_4 ,
- HE_3 hőcserélő cella állapotváltozói: T_5, T_6 .

A hőcserélő hálózat bemenetei pedig legyenek a következők:

$$u = [T_{10} \quad T_{20} \quad T_{30} \quad T_{40} \quad T_{50} \quad T_{60} \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4]^T,$$

ahol

- HE_1 hőcserélő cella bemenetei: T_{10}, F_1, T_{20}, F_2 ,
- HE_2 hőcserélő cella bemenetei: T_{30}, F_3, T_{40}, F_4 ,
- HE_3 hőcserélő cella bemenetei: T_{50}, F_5, T_{60}, F_6 .

Rendelkezzen mindhárom hőcserélő négy kimenettel:

- HE_1 hőcserélő cella kimeneti változói: T_1, F_1, T_2, F_2 ,
- HE_2 hőcserélő cella kimeneti változói: T_3, F_3, T_4, F_4 ,
- HE_3 hőcserélő cella kimeneti változói: T_5, F_5, T_6, F_6 .

A hőcserélő hálózat kimeneti egyenlete:

$$y = [x \quad F_1 \quad \dots \quad F_6]^T.$$

Látható, hogy a hőcserélő cellák két-két kimenete megegyezik a bemeneteikre adott tömegáramokkal.

A rendszerparaméterek értékeit a következőképpen választom:

- $V_h = 6,05 * 10^{-3} \text{ m}^3, \quad V_m = 3,2 * 10^{-3} \text{ m}^3$
- $c_{ph} = 1910 \frac{J}{KgK}, \quad c_{pm} = 1590 \frac{J}{KgK}$
- $\rho_h = \rho_m = 1000 \frac{Kg}{m^3}$
- $A = 0,633 \text{ m}^2$
- $K = 476 \frac{J}{m^2 Ks}$

Miután a paramétereket behelyettesítjük a (5), (6), (7) állapotegyenletekbe, akkor a következő állapotegyenletekhez jutunk:

$$\begin{cases}
 HE_1 \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{dT_1}{dt} = 165.2F_1(T_{10} - T_1) + 0.026(T_2 - T_1), \\
 \frac{dT_2}{dt} = 312.5F_2(T_{20} - T_2) + 0.059(T_1 - T_2),
 \end{array} \right. \\
 \\
 HE_2 \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{dT_3}{dt} = 165.2F_3(T_{30} - T_3) + 0.026(T_4 - T_3), \\
 \frac{dT_4}{dt} = 312.5F_4(T_{40} - T_4) + 0.059(T_3 - T_4),
 \end{array} \right. \\
 \\
 HE_3 \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{dT_5}{dt} = 165.2F_5(T_{50} - T_5) + 0.026(T_6 - T_5), \\
 \frac{dT_6}{dt} = 312.5F_6(T_{60} - T_6) + 0.059(T_5 - T_6),
 \end{array} \right.
 \end{cases} \tag{8}$$

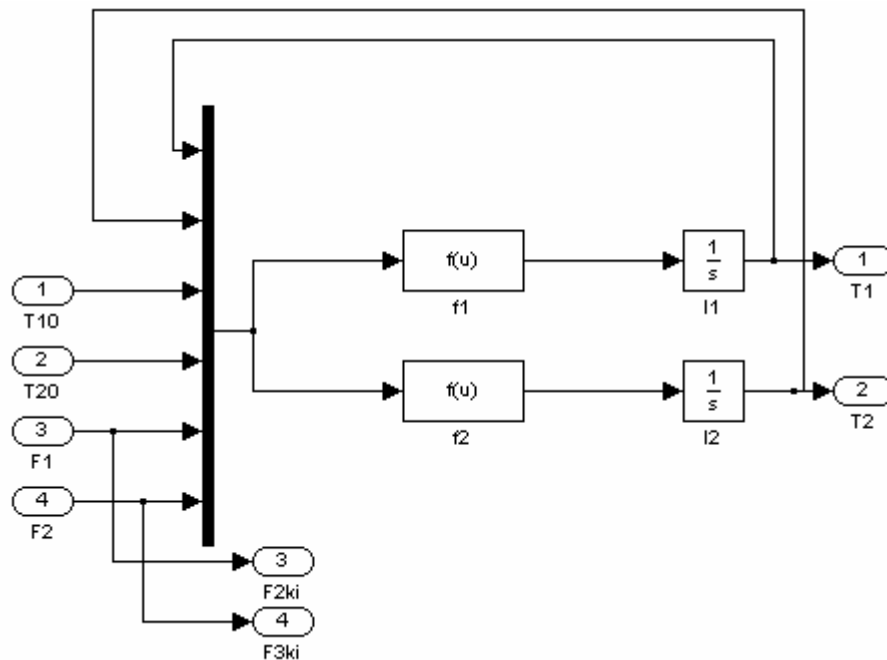
A (8) állapotegyenletekben az F_6 értékét a (3) összefüggés alapján, T_{60} értékét pedig a (4) képlet segítségével kapjuk meg.

Látható, hogy az így felépített hőcserélő hálózat egy nemlineáris állapotegyenletekkel rendelkező rendszer.

A hőcserélő hálózatot MATLAB SIMULINK programmal szeretnénk szimulálni.

Ezt úgy oldjuk meg, hogy a hőcserélő hálózat celláit leíró nemlineáris differenciálegyenleteket a „Simulink\Functions&Tables\Fcn” blokk segítségével adjuk meg, majd ezeket megfelelően összekötve hozzuk létre a teljes rendszert.

Tekintsük a HE_1 hőcserélőt. Hozzuk létre a 8. ábrán látható modellt:



8.ábra: hőcserélő cella modelljének függvényblokkal történő megvalósítása

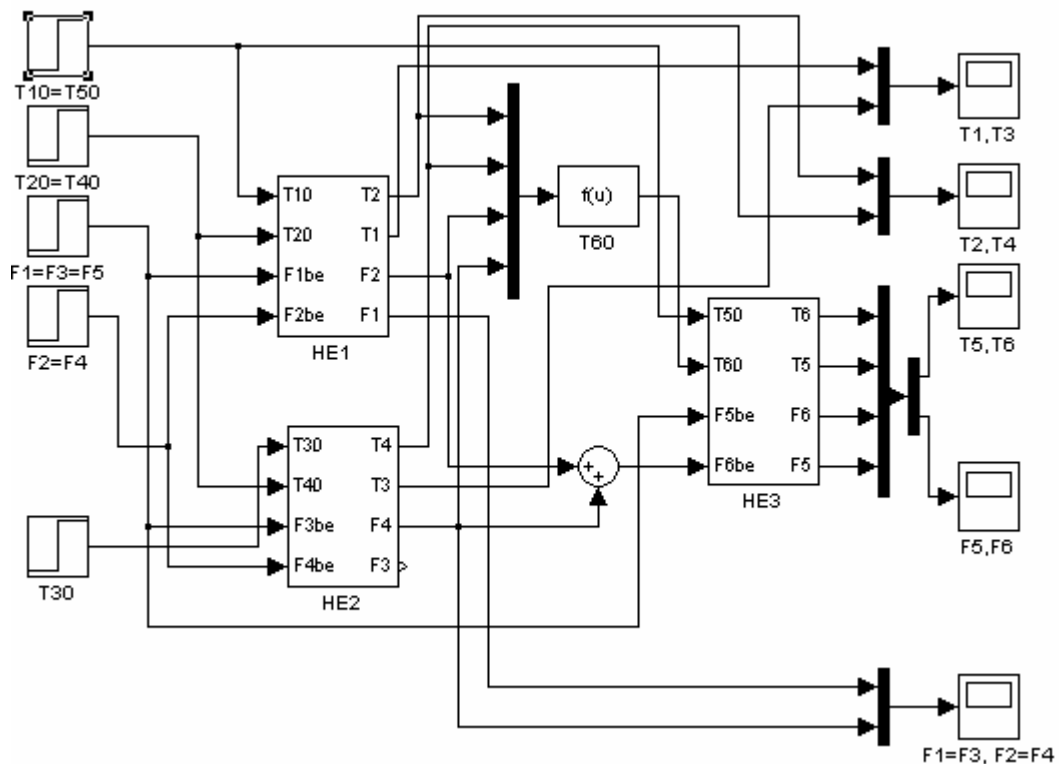
Az egyik függvény az értékét a (8) HE_1 hőcserélőre vonatkozó egyenletek alapján a „ $165.2 * u[5] * (u[3]-u[1])+0.026 * (u[1]-u[2])$ ” leképzés segítségével kapja meg, a másikhoz pedig a „ $312.5 * u[6] * (u[4]-u[2])-0.059 * (u[1]-u[2])$ ” képletet kell beírunk, ahol $u[1]=T_1$, $u[2]=T_2$, $u[3]=T_{10}$, $u[4]=T_{20}$, $u[5]=F_1$, $u[6]=F_2$.

Ezzel a megoldással egy nemlineáris egyenletekkel leírt hőcserélő cellát modelleztük.

Ha ilyen blokkból hármat egymás után sorba kapcsolunk, akkor a szimuláció jobban fogja szemléltetni a valóságot. Ily módon egy valóságos hőcserélőt három, soros cella együtteseként írjuk le. Ezután ezt a három blokkból álló rendszert egy ún. részrendszer („Simulink\Signals&Systems\Sub-System”) blokkba helyezem. Három ilyen részrendszert a 9. ábrán látható módon összekapcsolva megkapjuk a hőcserélő hálózatot.

Adjuk a rendszer bemeneteire a kezdeti értékükről a következő értékekre ugró egységugrás jeleket („Simulink\Sources\Step):

- $T_{10}=283$
- $T_{20}=313$
- $T_{30}=293$
- $T_{40}=313$
- $T_{50}=283$
- $F_1=F_3=F_5=0.35 * 10^{-3}$
- $F_2=F_4=0.19 * 10^{-3}$.

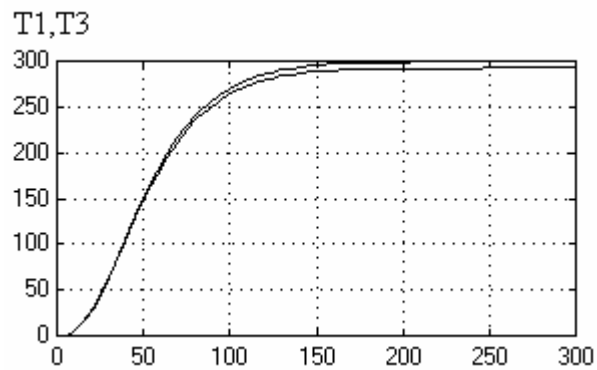


9. ábra: hőcserélő hálózat modellje

A 9. ábrán „T60” – val jelzett függvény tartalmazza a HE_3 melegoldali hőmérsékletét meghatározó (4) képletet.

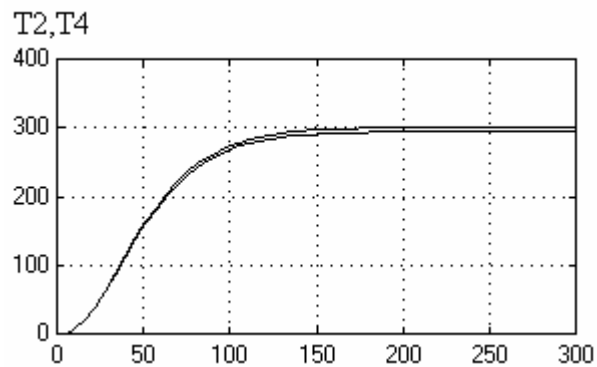
A szimulációt lefuttatva, a kimenetekre helyezett függvényábrázoló blokkokon („Simulink\Sinks\Scope”) a következő átmeneti függvények jelennek meg:

A HE_1 és a HE_2 hidegoldali hőmérsékletei (8. ábra):



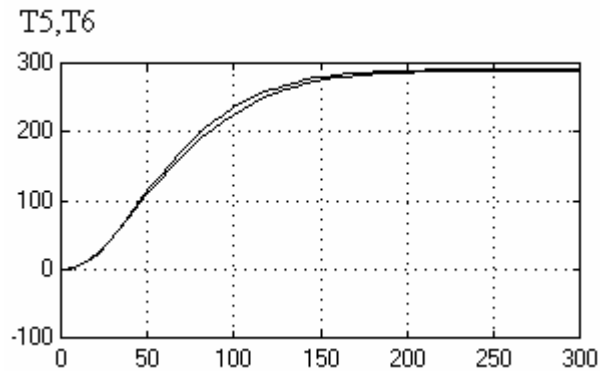
8. ábra: T1 és T3 kimeneti hőmérsékletek

A HE_1 és a HE_2 melegoldali hőmérsékletei (9. ábra):



9. ábra: T2 és T4 kimeneti hőmérsékletek

A HE_3 meleg- és hidegoldali hőmérsékletei (10. ábra):

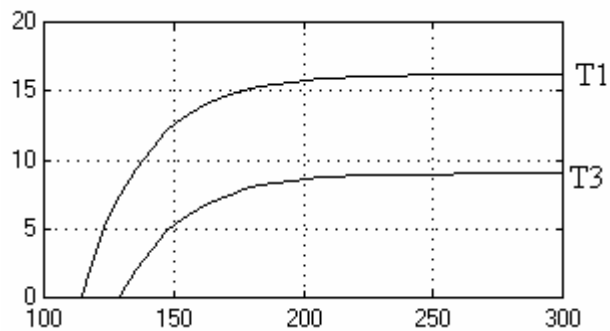


10. ábra: T5 és T6 kimeneti hőmérsékletek

A grafikonokra räközeliítve leolvasható, hogy a hőmérsékleti értékek a következö állandósult értékeket vették fel:

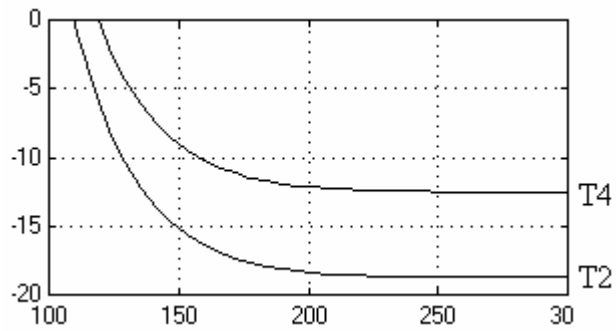
$$T_1=299.2, T_2=300.5, T_3=292, T_4=294.3, T_5=289.5, T_6=290.5. \quad (9)$$

A HE_1 és a HE_2 hidegoldali hőmérséklet változása (11. ábra):



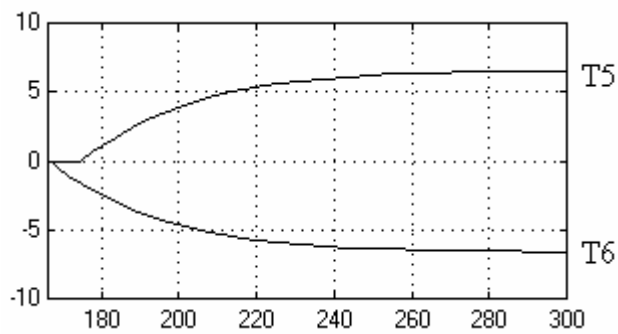
11. ábra: T1 és T3 kimeneti hőmérséklet változások

A HE_1 és a HE_2 melegoldali hőmérséklet változása (12. ábra):



12. ábra: T2 és T4 kimeneti hőmérséklet változások

A HE_3 meleg- és hidegoldali hőmérséklet változása (13. ábra):



13. ábra: T5 és T6 kimeneti hőmérséklet változások

Az ábrákról leolvasható, hogy az energiaátadás megtörtént. Minden egyes cella esetén a melegebb hőmérsékletű közeg lehűlt, a hidegebb pedig felmelegedett.

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

A 2.2. fejezetben ismertettem kétféle szabályozó rendszer struktúra kiválasztási módszert. A következőkben bemutatom, hogy a két módszert alkalmazva az előző fejezetben tárgyalt hőcserélő hálózat (6. ábra) példájára milyen szabályozó struktúrákat kapunk.

4.1. Relatív erősítés segítségével történő kiválasztás

A következőkben a szabályozó rendszer struktúra kiválasztását a 2.2.1. fejezetben bemutatott módon végeztem el a 3.2. fejezetben bemutatott hőcserélő hálózaton. Mivel meg tudjuk határozni a rendszert leíró struktúragráf **Definíció 4.** szerinti súlyait, ezért a *Súlyozott stabilizáló szabályozó optimális kiválasztás (WSCO)* probléma megoldásának menetét követve határozom meg a szabályozó rendszer struktúráját a következőképpen:

- Először meg kell határozni a 6. ábrán látható hőcserélő hálózat súlyozott struktúragráfjából létrehozott, $PC=(V,E)$ gráfot **Definíció 5.** alapján, majd
- létrehozok egy $B_{PC}=(V,E')$ páros gráfot úgy, hogy a $PC=(V,E)$ gráfból elhagyom az állapotváltozókat összekötő éleket, és eltekintek a gráf éleinek irányításától, végül
- meghatározom a szabályozó rendszer struktúráját annak segítségével, hogy a $B_{PC}=(V,E')$ páros gráfon lefuttatok egy maximális párosítás algoritmust úgy, hogy a $PC=(V,E)$ élsúlyok abszolút értékének összege a maximális legyen.

A rendszert leíró struktúragráf súlyait a hőcserélő hálózatot jellemző (8) nemlineáris állapotegyenletek valamely munkapontok körüli linearizálásának segítségével tudjuk meghatározni a **Definíció 4.** szerint. A feladat megoldásához a linearizált rendszer állapottér modelljének B_x mátrixára van szükségünk, mert később csak a $PC \setminus E_x$ gráffal kell dolgoznunk.

Legyenek a munkapontok az előző fejezetben a hőmérsékleti kimenetek állandósult állapotban felvett értékei (9).

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

A (8) nemlineáris differenciálegyenletek (9) munkapont körüli linearizálását követően a létrejött állapotter modell B_x mátrixa a következő:

$$B = \begin{bmatrix} 0.052 & -3305.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.059 & 3281.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.052 & -2230.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.059 & 2187.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.052 & -1073.8 \\ 0.202 \cdot 10^{-3} & -11.57 & -0.41 \cdot 10^{-3} & -34.76 & 0.202 \cdot 10^{-3} & -7.81 & -0.41 \cdot 10^{-3} & -23.17 & 0.34 \cdot 10^{-3} & -63.33 \end{bmatrix}$$

Az $|B_x|$ relatív erősítési mátrix-al dolgozunk, amely megadja a bemeneti változók és az állapot változók között levő élek súlyait.

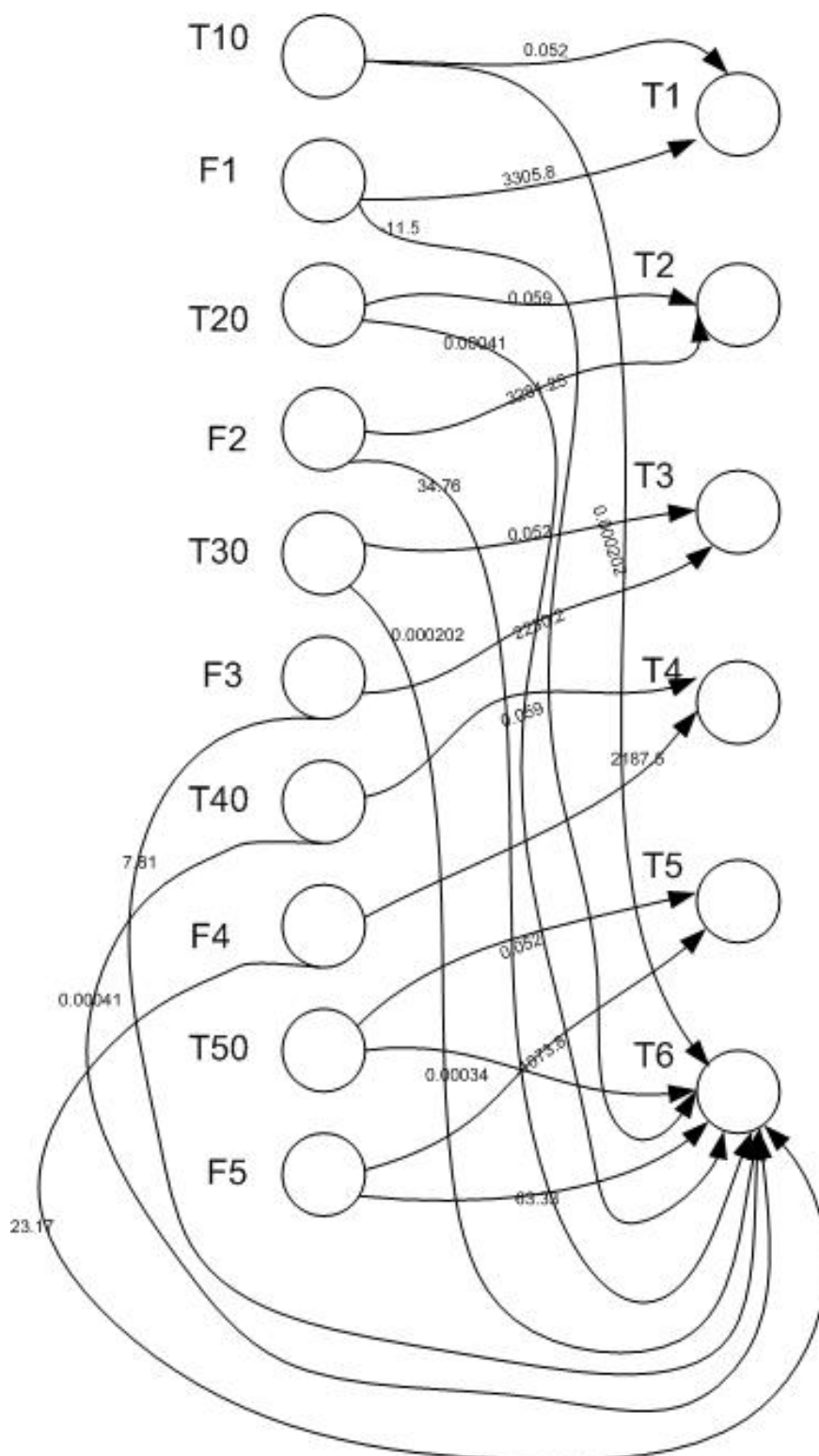
A rendszer állapotváltozói:

$$x = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6]^T.$$

A hőcserélő hálózat bemenetei:

$$u = [T_{10} \quad T_{20} \quad T_{30} \quad T_{40} \quad T_{50} \quad T_{60} \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4]^T.$$

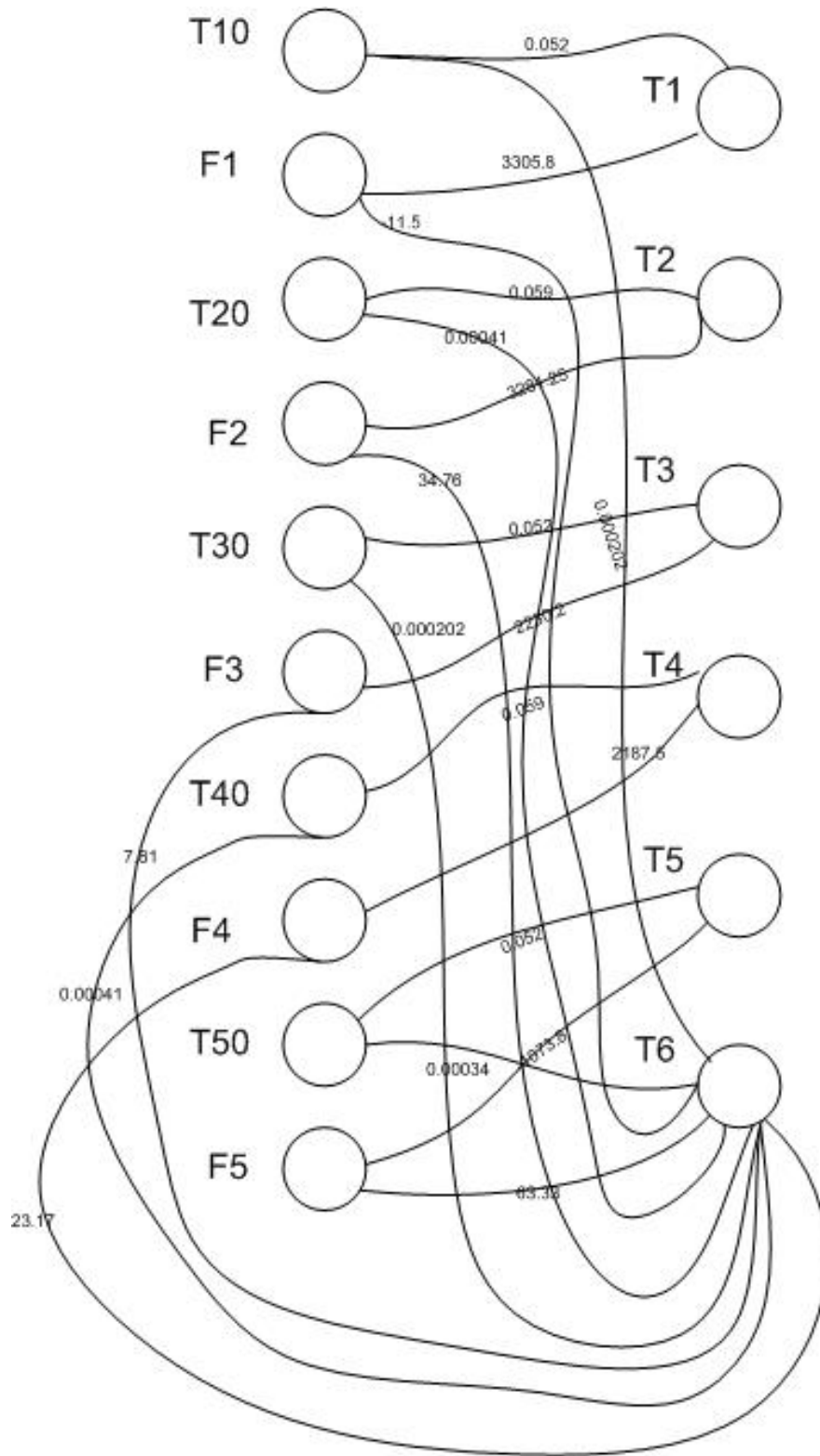
Ezek segítségével meg tudom határozni a rendszer kimeneti csúcsokkal, és élekkel, illetve állapotváltozók közötti élekkel nem rendelkező $(PC \setminus E_x)$, $|B_x|$ súlyokkal ellátott struktúragráfját (14. ábra).



14. ábra: súlyozott $PC \setminus E_x$ gráf

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

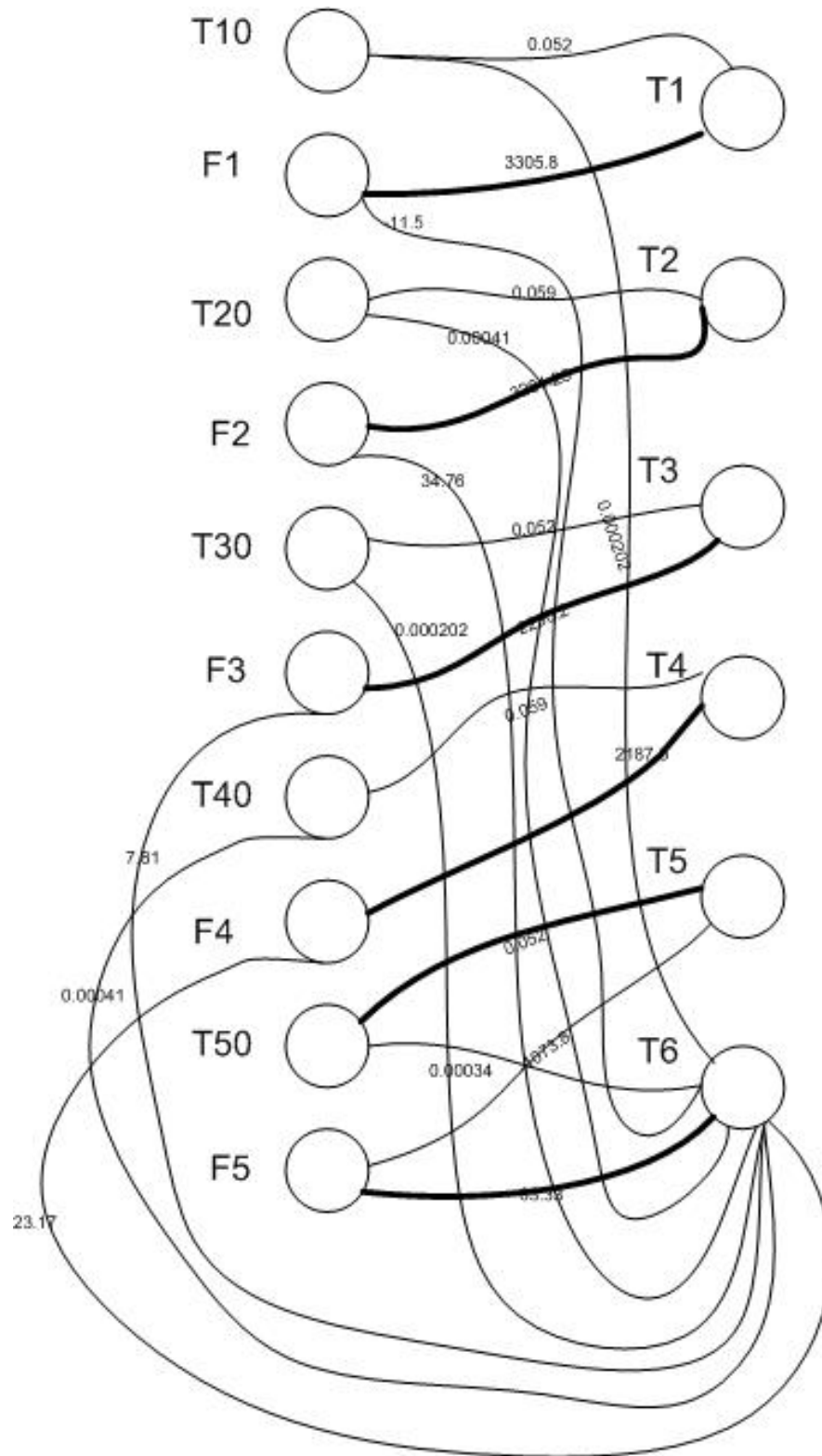
A 14. ábrán látható gráfból a $B_{PC}=(V,E)$ gráfot az irányítások elhagyásával határozhatjuk meg (15. ábra).



15. ábra: $B_{PC}=(V,E)$ gráf

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

A szükséges feltételeket figyelembe véve, a $B_{PC}=(V,E')$ páros gráf (15. ábra) maximális párosítását követően a következő párosításokat kaptuk (16. ábra):



16. ábra: $B_{PC}=(V,E')$ gráf maximális párosításának eredménye

Belátható, hogy nem találunk más olyan párosítást amelyben a párosított élekhez tartozó súlyok értékének összege az

$$(F1,T1), (F2,T2), (F3,T3), (F4,T4), (T50,T5), (F5,T6) \quad (9)$$

párosításhoz tartozó élsúlyoknak az összegét meghaladná.

A kiválasztott csúcspárok halmaza (9) megadja a szabályozó rendszer struktúráját, ahova elhelyezzük a SISO szabályozókat.

4.2. Struktúra meghatározása a keresztthatások figyelembevételével

A következőkben ismertetem a hőcserélő hálózat szabályozó rendszer struktúra kiválasztásának menetét, ha a keresztthatásokat vesszük figyelembe.

Hasonlóan az előző fejezetben leírtakhoz, itt is a **2.2.2** fejezet súlyozott gráfokra vonatkozó, *súlyozott zavarelnyomó szabályozó optimális kiválasztásának problémájára (WDCO)* megadott megoldását követjük:

- Először meg kell határozni a 6. ábrán látható hőcserélő hálózat súlyozott struktúragráfjából létrehozott, $PC=(V,E)$ gráfot a **Definíció 5.** szerint,
- majd létrehozok egy $B_{PC}=(V,E)$ páros gráfot úgy, hogy a $PC=(V,E)$ gráf éleinek irányításától eltekintünk, végül
- meghatározom a szabályozó rendszer struktúráját annak segítségével, hogy a $B_{PC}=(V,E)$ páros gráfon lefuttatok egy maximális párosítás algoritmust úgy, hogy a $PC=(V,E)$ gráfban található állapotváltozókat jelölő csúcsok között levő élsúlyok abszolút értékeinek összege minimális lesz.

A $PC=(V,E)$ gráf élsúlyait a hőcserélő hálózatot jellemző (8) nemlineáris állapotegyenletek adott munkapontok körüli linearizálásának segítségével tudjuk meghatározni a **Definíció 4.** alapján. Nekünk az állapotegyenleteket leíró mátrixok közül csak az A mátrixra van szükségünk.

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

Legyenek a munkapontok a **3.4 fejezetben** a hőmérsékleti kimenetek állandósult állapotban felvett értékei (9).

A (8) nemlineáris differenciálegyenletek (9) munkapont körüli linearizálását követően a létrejött állapotter modellt A mátrixa a következő:

$$A = \begin{bmatrix} -0.118 & 0.059 & 0 & 0 & 0 & 0.00175 \\ 0.026 & -0.078 & 0 & 0 & 0 & -0.00348 \\ 0 & 0 & -0.118 & 0.059 & 0 & 0.00175 \\ 0 & 0 & 0.026 & -0.078 & 0 & -0.00348 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.118 & 0.059 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.026 & -0.078 \end{bmatrix}$$

Az $|A|$ mátrix-al dolgozunk, amellyel megadjuk az állapotváltozók között levő élek súlyait, amelyek meghatározzák, melyik állapotváltozó milyen erősen hat egy másikra.

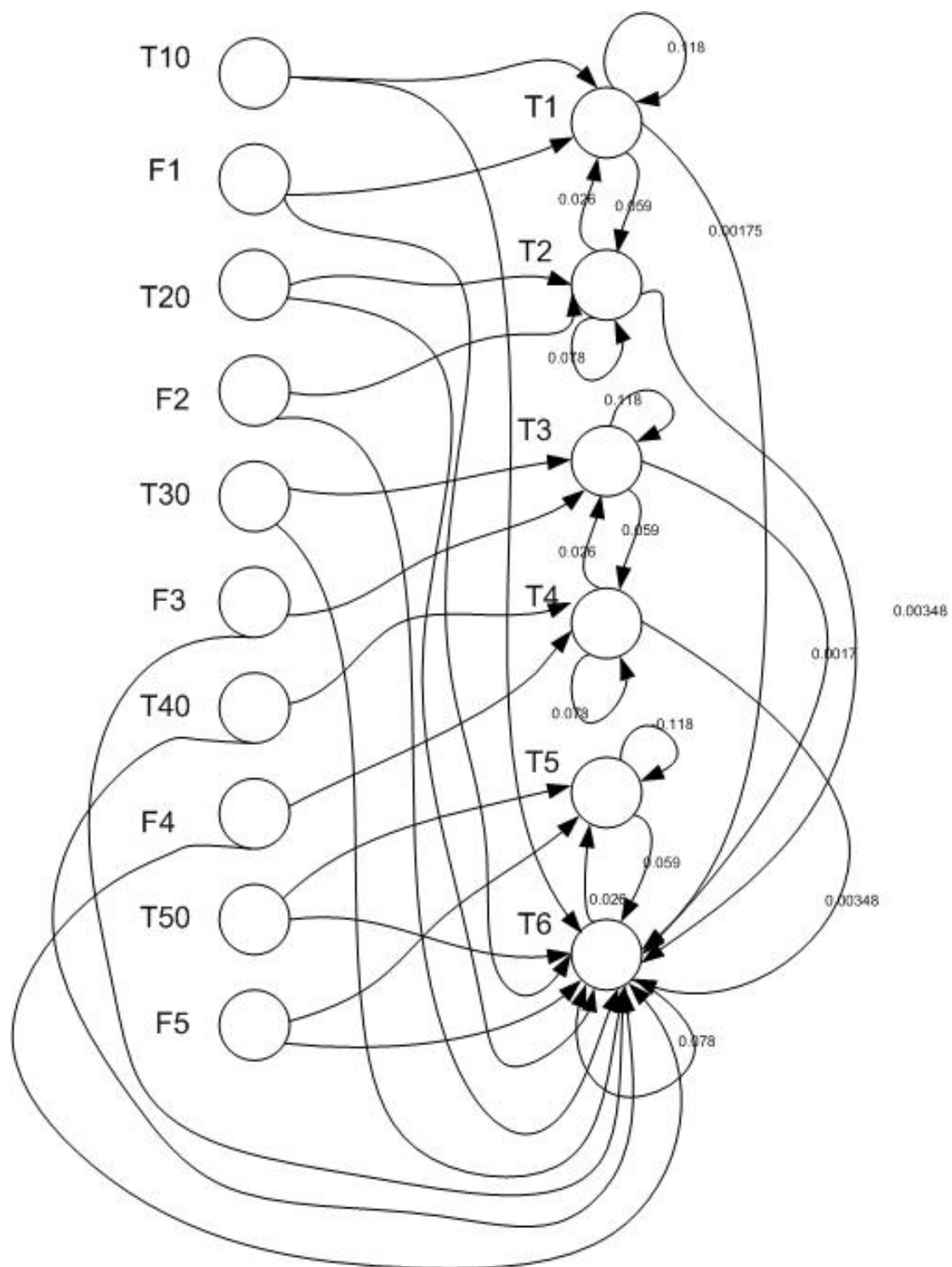
A rendszer állapotváltozói:

$$x = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6]^T.$$

A hőcserélő hálózat bemenetei:

$$u = [T_{10} \quad T_{20} \quad T_{30} \quad T_{40} \quad T_{50} \quad T_{60} \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4]^T.$$

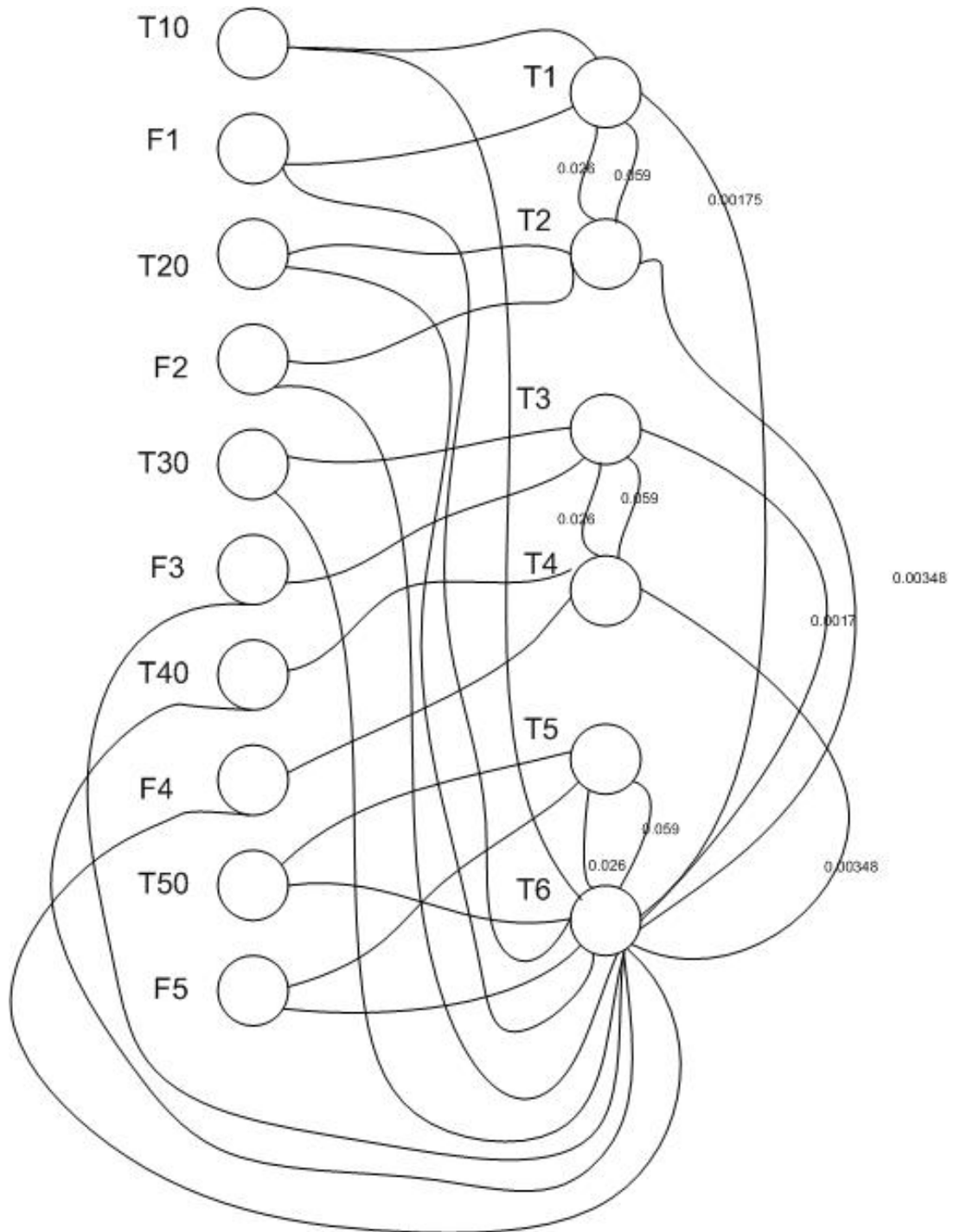
Ezek segítségével meg tudom határozni a rendszer kimeneti csúcsokkal, és élekkel nem rendelkező (PC), $|A|$ súlyokkal rendelkező struktúragráfját (17. ábra).



17. ábra: kimeneti csúcsokkal, és élekkel nem rendelkező, súlyozott PC gráf

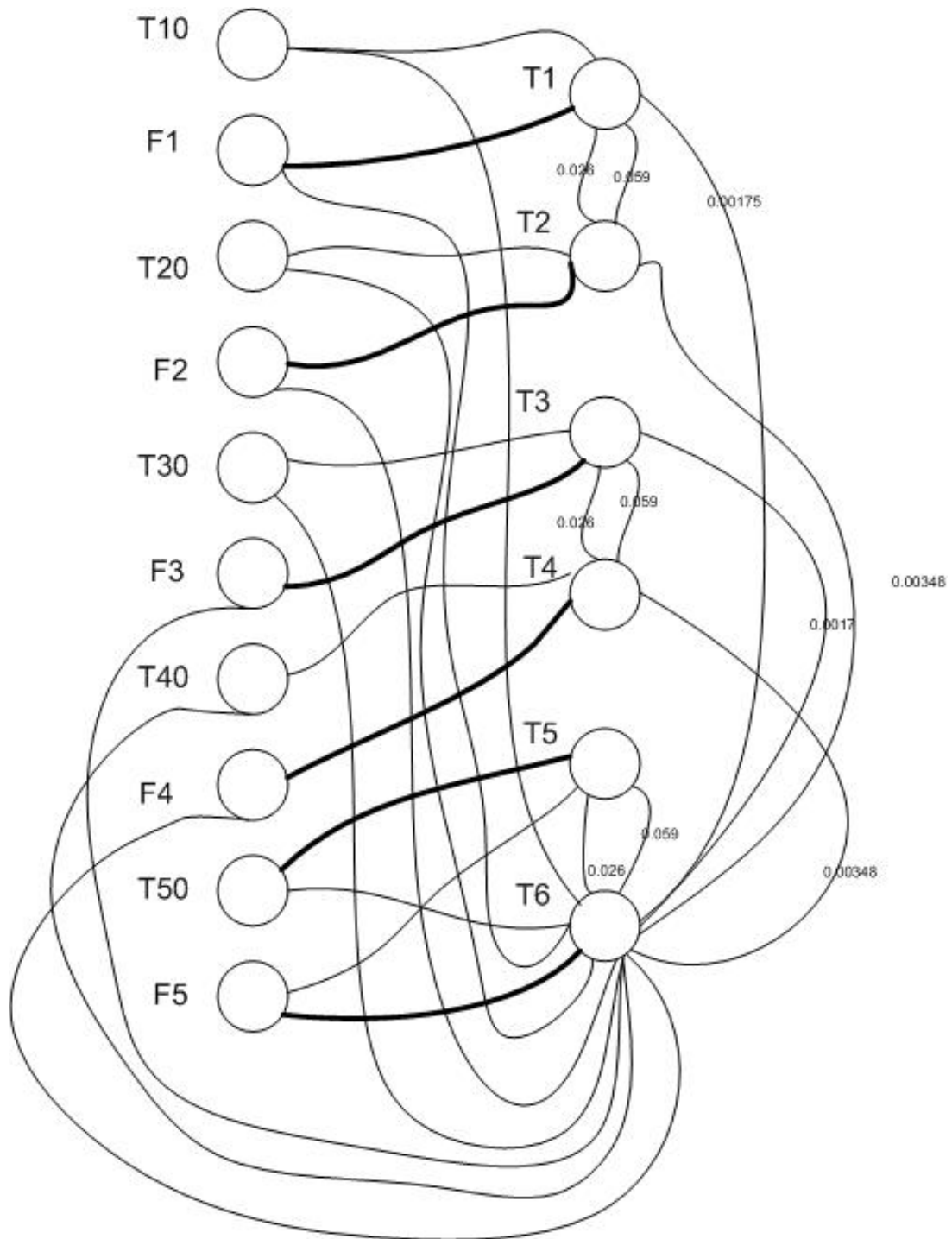
4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

A 17. ábrán látható gráfból elhagyjuk a hurokéleket, és nem vesszük figyelembe az irányítást (18. ábra).



18. ábra: irányítás nélküli, hurokélekkel nem rendelkező gráf

A $B_{PC}=(V,E)$ páros gráfon (18. ábra) lefuttatok egy maximális párosítás algoritmust úgy, hogy közben ügyelek arra, hogy az állapotváltozókat jelölő csúcsok között levő élsúlyok abszolút értékeinek összege minimális legyen (19. ábra).



19. ábra: maximális párosítás algoritmus eredménye

A párosított csúcok: (F1,T1), (F2,T2), (F3,T3), (F4,T4), (T50,T5), (F5,T6).

A kiválasztott csúcspárok halmaza ((F1,T1), (F2,T2), (F3,T3), (F4,T4), (T50,T5), (F5,T6)) megadja a szabályozó rendszer struktúráját, ahova elhelyezzük a SISO szabályozókat.

4.3. Struktúrák szimulációja, összehasonlítása

Ebben a fejezetben az előzőleg kiválasztott két szabályozó rendszer struktúráját összehasonlítom, majd MATLAB SIMULINK segítségével szimulálom úgy, hogy a kiválasztott struktúra elemei egy-egy SISO, PI szabályozók.

Látható, hogy mindkét szabályozó struktúra megegyezik. Az (F1,T1), (F2,T2), (F3,T3), (F4,T4), (T50,T5), (F5,T6) élek által meghatározott szabályozó rendszer struktúra mindkét szempontból optimális, így egymást teljesíti, tehát az egyes szabályozók legnagyobb mértékben befolyásolják a szabályozni kívánt paramétert, továbbá azok legkevésbé zavarják egymást.

Azon élek közül kerültek ki a kitüntetett élek, amelyek egy – egy különálló hőcserélő cellát meghatároztak. Egy cellához tartozó élek közül pedig a tömegáramok által meghatározott éleket választottuk ki.

A következő okok miatt kerültek kiválasztásra a fent említett élek (mindkét algoritmus esetén):

- HE_1 cellából HE_2 hőcserélő cella nem érhető el és fordítva is ugyanez mondható el [6].
- HE_1 és HE_2 cellák HE_3 cellához vezető élsúlyok kevésbé voltak dominánsak, mint a HE_3 cellát meghatározó élek súlyai.
- Mindhárom cella esetén a tömegáram bemenetek állapotváltozókra gyakorolt hatása volt a legerősebb.

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

A rendszer modellezését a következőképpen oldom meg:

1. Létrehozom a hőcserélő hálózatot,
2. T_1, T_3, T_5 bemenetekre zavarjelet helyezek, lefuttatom a szimulációt,
3. a struktúrák által meghatározott helyekre PI szabályozót rakok, behangolom a szabályozókat úgy, hogy először egy hőcserélő cella meleg kimeneti hőmérsékletét állítom be egy meghatározott értékre, majd a hideg kimenetet,
4. a behangolásokat követően minden hőcserélő cella esetén a hidegoldali hőmérsékletek beállítása után az előzőleg beállított melegoldali érték megváltozik. Ez a változás a szabályozók egymással való zavaró hatásuknak köszönhető. Ezt a zavaró hatást a következőképpen határozom meg:

$$\Delta T_i(t) = \int_0^t (T_i(t) - T_{PI}(t))^2 dt, \quad i=2,4,6, \quad (10)$$

ahol T_i a hőcserélő cellák kimeneti melegoldali hőmérsékletei, T_{PI} a PI szabályozókkal előzőleg beállított melegoldali hőmérsékleti értékek.

1. lépés:

A hőcserélő hálózat modelljének létrehozását a **3.4 fejezet** írja le.

2. lépés:

Állítsuk be a szimuláció idejét $t=2000s$ - ra! A zavarjelet összegző („Simulink\Math\Sum”) segítségével adjuk hozzá a T_1, T_3, T_5 bemenetekre.

A zavarjelek meghatározott időpontokban belépő, adott értékű egységugrás függvényeit a 2. táblázat szemlélteti.

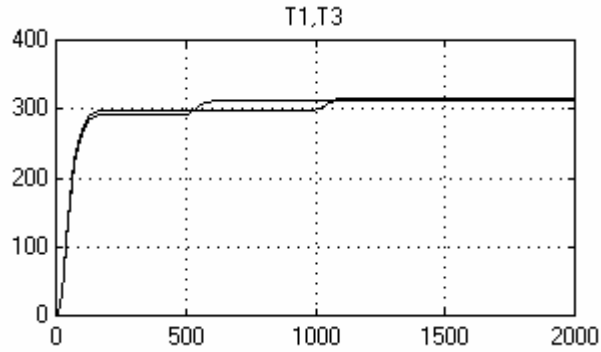
	T_1	T_3	T_5
Az egységugrás jel belépési ideje	500s	1000s	1500s
A belépő egységugrás értéke	30	25	15

2. táblázat

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

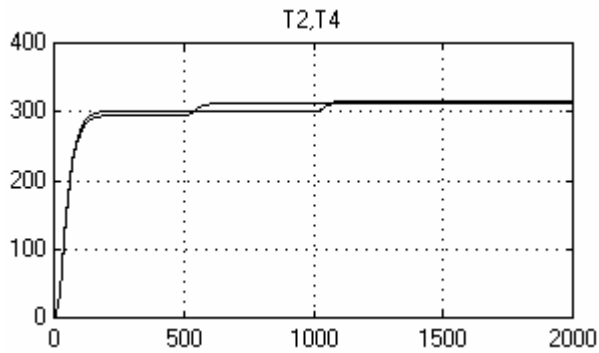
A zavarjelekkel rendelkező egységugrás függvényeket a rendszer bemeneteire helyezve, majd a szimulációt lefuttatva, a következő függvények jelennek meg a kimeneteken:

A HE_1 és a HE_2 hidegoldali hőmérsékletei (20. ábra):



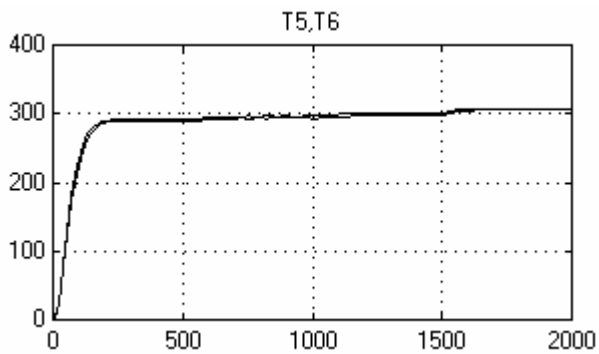
20. ábra: T1 és T3 kimeneti hőmérsékletek

A HE_1 és a HE_2 melegoldali hőmérsékletei (21. ábra):



21. ábra: T2 és T4 kimeneti hőmérsékletek

A HE_3 meleg- és hidegoldali hőmérsékletei (22. ábra):



22. ábra: T5 és T6 kimeneti hőmérsékletek

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

Látható, hogy a hideg oldal hőmérsékletek emelkedése magával vonja a melegoldali kimenetek hőmérsékleti értékeinek növekedését.

3. lépés

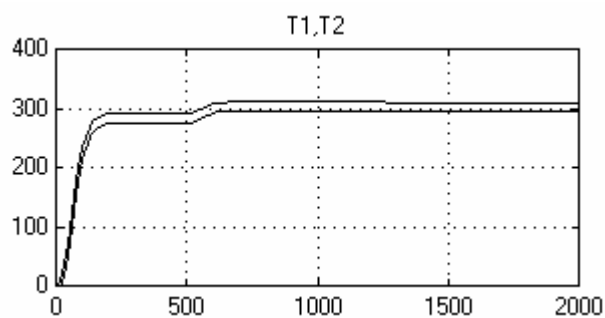
Helyezzünk PI szabályozókat a (9) szabályozó rendszer struktúrája által meghatározott bemenetekre, és hangoljuk be a PI szabályozó paramétereit úgy, hogy minden egyes hőcserélő cellának először a melegoldali kimenetét, majd a hidegoldali kimenetét állítjuk be a következő értékekre:

- $T_2, T_4, T_6 = 300$,
- $T_1, T_3 = 295$,
- $T_6 = 283$.

Minden hőcserélő cella esetén a hidegoldali hőmérsékletek beállítása után a grafikonokat megtekintve látszik, hogy az előzőleg beállított melegoldali érték (300) megváltozott.

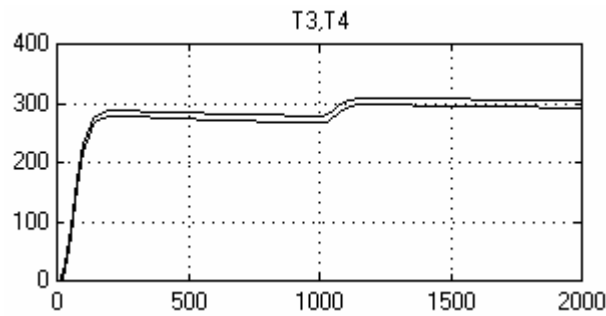
Vizsgáljuk meg minden egyes cella kimenetein, milyen eltérések jelentkeztek.

A HE_1 meleg- és hidegoldali hőmérsékletei (23. ábra):



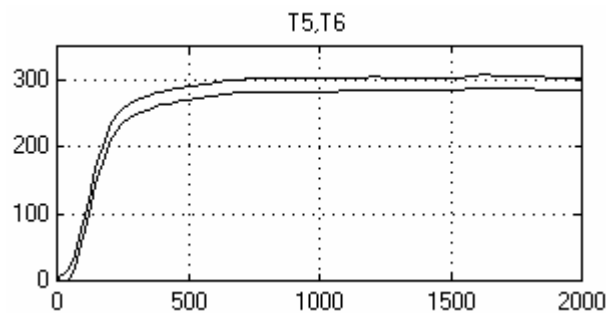
23. ábra: T1 és T2 kimeneti hőmérsékletek

A HE_2 meleg- és hidegoldali hőmérsékletei (24. ábra):



24. ábra: T3 és T4 kimeneti hőmérsékletek

A HE_3 meleg- és hidegoldali hőmérsékletei (25. ábra):



25. ábra: T5 és T6 kimeneti hőmérsékletek

4. lépés

A bekövetkezett változások értékét úgy tudhatom meg, hogy a cellák melegoldali kimenetein eredetileg beállított melegoldali értéktől (300) való eltéréseket a (10) képlet segítségével meghatározom:

$$\Delta T_i(t) = \int_0^{t=2000} (T_i(t) - 300)^2 dt, \quad i=2,4,6,$$

majd ezeket az értékeket kiíratom egy kijelzővel („Simulink\Sinks\Display”).

A hőcserélő cellák melegoldali kimenetein az eltérés négyzetek értékei:

$$HE_1=4,83 * 10^6, HE_2=5,179 * 10^6, HE_3=8,569 * 10^6.$$

4. Szabályozó rendszer struktúrájának kiválasztása hőcserélő hálózaton

Azt tapasztaltuk, hogy a HE_3 melegoldali kimenetén fellépett hőmérsékletváltozás mértéke a legnagyobb. Ez annak köszönhető, hogy a HE_1 és a HE_2 hőcserélők kimenetein létrejött változás is hatással van a harmadik hőcserélő kimenetén létrejött hőmérsékletváltozásra (lásd (3), (4) képlet).

5. Szabályozó rendszer struktúrájának áttervezése

Az alábbi fejezetben egy gráfelméleti módszeren alapuló szabályozó rendszer struktúráját áttervező algoritmust ismertetek.

5.1. A struktúra áttervezési feladat

Legyen adott egy rendszer, amelynek ismert a szabályozó struktúrája. Tegyük fel, hogy a rendszer egy olyan bemenete meghibásodik, ahova szabályozót helyeztünk. Ekkor a struktúrát úgy át kell tervezni, hogy a meglévőt legkevésbé változtassuk meg és a rendszer meghibásodás előtt beállított szabályozott paramétereinek értéke ugyanazok maradjanak.

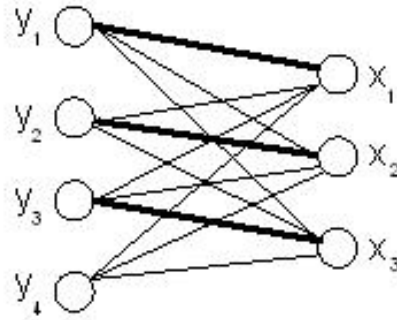
A feladat megoldásához vezessük be a következő definíciót:

Definíció 15. *Legyen adott egy rendszer struktúra grájából alkotott B_{PC} páros gráf úgy, hogy legyen X az állapotváltozók halmaza, Y a bemenetek által alkotott csúcsok halmaza, E pedig az X és az Y csúcsokat összekötő élek halmaza. Legyen adott $F \subseteq E$ a gráf maximális párosításakor létrejövő kitüntetett éleinek halmaza (ahova a szabályozókat kellett elhelyeznünk). Tegyük fel, hogy az egyik ilyen élhez ($f_i \in F$) tartozó bemenet ($y_i \in Y$) meghibásodik. Ekkor a grájából el kell hagynunk az ezen bemenethez tartozó csúcsot, és a hozzá tartozó élt/éleket, így kapjuk az B^* gráfot. A legközelebbi maximális párosítás a B^* páros gráf olyan maximális párosítása, amely a B^* gráf megmaradt párosításaihoz ($F \setminus \{f_i\}$) tartozó éleket legnagyobb számban tartalmazza.*

A definíciót egy példán keresztül szemléltetem.

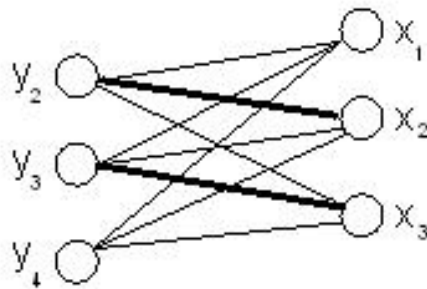
Legyen adott a következő B_{PC} páros gráf (26. ábra):

$X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$, $E = \{\{x_i, y_j\} \mid 1 \leq i, j \leq 3\}$, legyen az eredeti párosítás $F = \{\{x_1, y_1\} \{x_2, y_2\} \{x_3, y_3\}\}$.



26. ábra: B_{PC} páros gráf

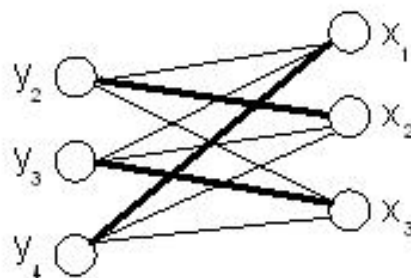
Tegyük fel, hogy az y_1 -el jelölt bemenet meghibásodik. Ekkor elhagyjuk y_1 -et és a hozzá tartozó éleket ($\{x_1, y_1\}$, $\{x_2, y_1\}$, $\{x_3, y_1\}$ csúcsok által definiált élek) és kapjuk B^* -ot (27. ábra).



27. ábra: B^* páros gráf

Látható, hogy az x_1 állapotváltozóhoz nincs hozzárendelve egy bemenet sem.

A B^* gráf legközelebbi maximális párosítása az $\{x_1, y_4\}$ $\{x_2, y_2\}$ $\{x_3, y_3\}$ csúcspárok által definiált halmaz (28. ábra).



28. ábra: B^* páros gráf legközelebbi maximális párosítása

Ezzel az eredeti struktúrát (B_{PC}) úgy átterveztük, hogy a szabályozni kívánt x_1 állapotváltozóhoz az y_4 bemenetet rendeltük, így a B párosításait nem kellett megváltoztatnunk.

Ha találunk egy olyan algoritmust, amely megtalálja egy páros gráf legközelebbi maximális párosítását, akkor a szabályozó rendszer struktúra áttervezési feladatra is megoldást találunk.

5.2. A struktúra áttervezése legközelebbi maximális párosítás segítségével

Ebben a fejezetben egy olyan algoritmról olvashatunk, mely megtalálja egy B páros gráf legközelebbi maximális párosítását.

Az algoritmus lépései [8]:

- Új csúcsok és élek bevezetése
- irányított segédgráf létrehozása
- szélességi keresés lefuttatása a segédgráfon
- új szabályozó struktúra megadása.

Legyen adott egy B^* páros gráf. Az egyszerűbb jelölés érdekében vezessünk be egy $s \in Y$ csúcsot és t_i -vel jelölt csúcsokat, ahol $t_i \in T \subset X$, ($i=1,2,\dots,n$), és ugyanezen jelölésekkel ellátott éleket. Az s csúcs jelölje a B gráfból elhagyott (y_i) bemenethez tartozó, párosítással nem rendelkező állapotváltozót. Az s él legyen a $\{s,-\}$ -csúcsok által definiált él, ahol a „-”-el jelölt csúcs egy álcúcsot jelentsen. A T elemei jelöljék a B^* gráf nem párosított éleihez tartozó bemenetek által definiált (n darab) csúcsok halmazát. Hasonlóan az előbb leírtakhoz, T minden egyes csúcsához definiálhatunk egy-egy (t_1, t_2, \dots, t_n) élt a következő módon: $\{-, t_1\} \in t_1$, $\{-, t_2\} \in t_2, \dots, \{-, t_n\} \in t_n$. Ekkor megállapítható az, hogy a legközelebbi párosításban résztvevő élek az $FU\{s, t_i\}$, ($i=1,2,\dots,n$) által definiált halmazból kerülnek ki, ahol az s és a t_i élek álcúcsait más csúcsokkal helyettesítünk.

Hozzunk létre egy $D=(V_D, E_D)$ irányított gráfot, ahol $V(D)=V_D$ és $E(D)=E_D$, ahol $V_D:=F \cup \{s, t_i\}$, $i=1, 2, \dots, n$. Egy (s, e) pár egy él a D -ben akkor és csak akkor, ha $\{s, y\} \in E$, ahol $e \in F \cup \{t_i\}$, $e=\{x, y\}$, $x \in X$, $y \in Y$, $i=1, 2, \dots, n$. Hasonlóan az (e, t_i) pár, ahol $e=\{x, y\} \in F$ egy él a D gráfban akkor és csak akkor, ha $\{x, t_i\} \in E$, $i=1, 2, \dots, n$. F -ben létezik él $f_i=(x_i, y_i)$ -ből $f_j=(x_j, y_j)$ -be, ha $(x_i, y_j) \in E \setminus F$, ahol $\{f_i, f_j\} \subseteq F$.

Ezen a D gráfon az s csúcstól indulva lefuttatunk egy szélességi keresést (BFS). BFS algoritmus segítségével eldönthető, hogy $t_i \in T$ ($i=1, 2, \dots, n$) elérhető-e s -ből irányított úton, vagy nem.

- Ha az algoritmus le tud futni, akkor talál egy, az s -ből t_i -be vezető legrövidebb utat amely az $(s, f_1, f_2, \dots, f_k, t_i)$ csúcsokat érinti. Ez alapján felírhatjuk a B^* gráf F -hez legközelebbi maximális párosítását.
- Abban az esetben, ha nem létezik irányított út s -ből t_i -be, akkor a B^* legközelebbi maximális párosítása a gráf aktuális párosításával fog megegyezni.

Abban az esetben, ha a BFS algoritmus megoldást talált, akkor fel tudjuk írni a B^* gráf új párosításait. F le kell, hogy fedje a teljes $X \cup Y$ halmazt, beleértve s -et és t_i -t. Így kell lenni egy élnek, amelyre $\{s, y_1\} \in F$. Ha $y_1 \neq t_i$, akkor $f_1=\{x_1, y_1\} \in F$, valamely $x_1 \in X$. Ehhez az x_1 -hez viszont tartozik egy másik $\{x_1, y_2\} \in F$. Ha $y_2 = t_i$, akkor (s, f_1, t_i) egy létező út, amely a D gráfban az s -ből indul és a t_i -be jut, ha $y_2 \neq t_i$, akkor keresünk egy másik $f_2=\{x_2, y_2\} \in F$ élet és egy hozzá tartozó $\{x_2, y_3\} \in F$, és így tovább, amíg el nem jutunk t_i -ig. Ha elérünk t_i -ig, akkor az F -hez legközelebbi maximális párosításához tartozó csúcs párok, az $(F \setminus \{f_1, f_2, \dots, f_k\}) \cup \{(s, y_1), (x_1, y_2), \dots, (x_{k-1}, y_k), (x_k, t_i)\}$ élekből állnak, ahol $f_j=\{x_j, y_j\}$, $j=1, \dots, k$, $i=1, \dots, n$.

Fontos megemlíteni, ha az utolsó lépésben nemcsak egy t_i csúcsot tudunk elérni ($i=1, \dots, n$), akkor azt az élt célszerű kiválasztani, amely nagyobb súllyal van ellátva ha a rendszer struktúragráfjában ugyanezen bemenetek és állapotváltozók közötti súlyokat vizsgáljuk. Ebben az esetben hatnak ugyanis a bemenetek legjobban az állapotváltozókra (lásd **2.2.1. fejezet**).

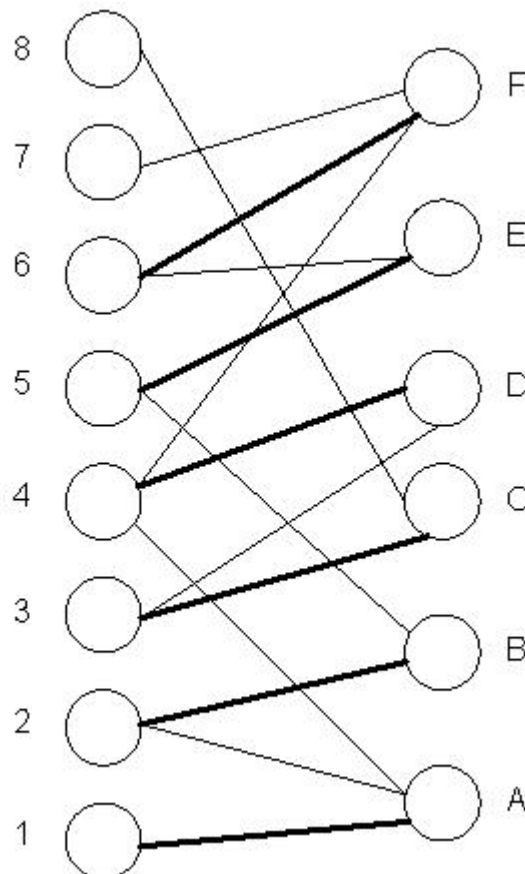
Az $x \in X \setminus \{s\}$ vagy $y \in Y \setminus \{t_i\}$ megtalálható konstans idő alatt, D gráf létrehozásához pedig $O(|E|)$ lépés szükséges, amíg megvizsgáljuk az $E \setminus F$ éleket. A BFS algoritmus lineáris idő alatt végrehajtható. Ebből következik, hogy a legközelebbi maximális párosítás megkeresésére szolgáló algoritmus polinom idő alatt végbemegy.

Az algoritmust egy példán keresztül bemutatom.

Legyen adott egy B_{PC} páros gráf (29. ábra), amelynek állapotváltozói $\{A, B, C, D, E, F\}$, bemenetei legyenek $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

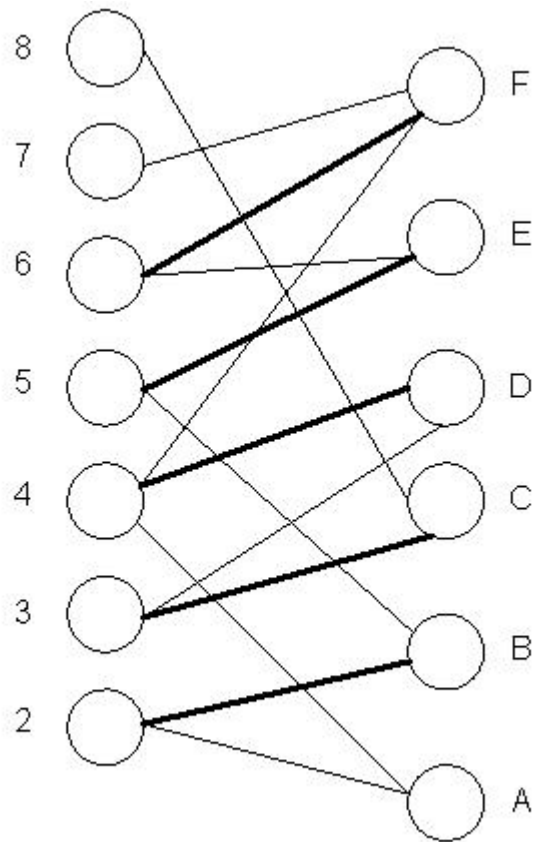
A gráf kitüntetett élei:

$\{A, 1\}, \{B, 2\}, \{C, 3\}, \{D, 4\}, \{E, 5\}, \{F, 6\}$.



29. ábra: B_{PC} páros gráf

Hagyjuk el a gráfból az „1” csúccsal jelzett bemenetet, és a hozzá tartozó $\{A, I\}$ élt, így megkapjuk B^* -ot (30. ábra).



30. ábra: B^* páros gráf

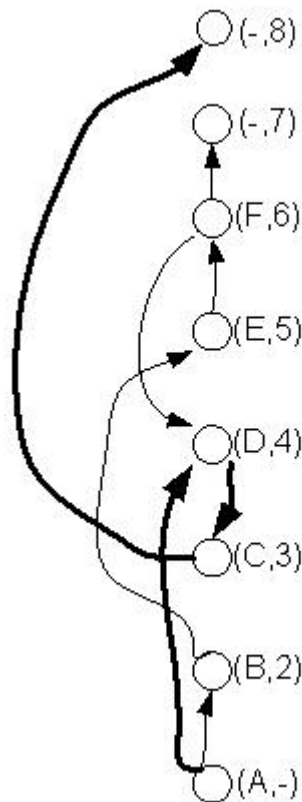
A B^* gráf megmaradt párosításai: $\{B,2\}$, $\{C,3\}$, $\{D,4\}$, $\{E,5\}$, $\{F,6\}$.

Látható, hogy az A csúccsal jelzett állapotváltozóhoz nincs rendelve olyan bemenet, ahova szabályozót helyezhetünk, illetve a „7” és a „8” számokkal jelzett bemenetekhez nem tartozik kitüntetett él, ezért ezekhez az állapotváltozók és bemeneti változók által definiált csúcsokhoz kell bevezetnünk az álcúcsokat.

Hozzuk létre $D=(V_D, E_D)$ segéd gráfot! A gráf csúcsai a megmaradt párosítások alapján, és az álcúcsokat bevezetve, az $(A,-)$, $(B,2)$, $(C,3)$, $(D,4)$, $(E,5)$, $(F,6)$, $(-,7)$, $(-,8)$ csúcsok lesznek (31. ábra).

A D gráfban levő irányított élek:

- $(A,-) \rightarrow (B,2)$
- $(A,-) \rightarrow (D,4)$
- $(B,2) \rightarrow (E,5)$
- $(C,3) \rightarrow (-,8)$
- $(D,4) \rightarrow (C,3)$
- $(E,5) \rightarrow (F,6)$
- $(F,6) \rightarrow (D,4)$
- $(F,6) \rightarrow (-,7)$

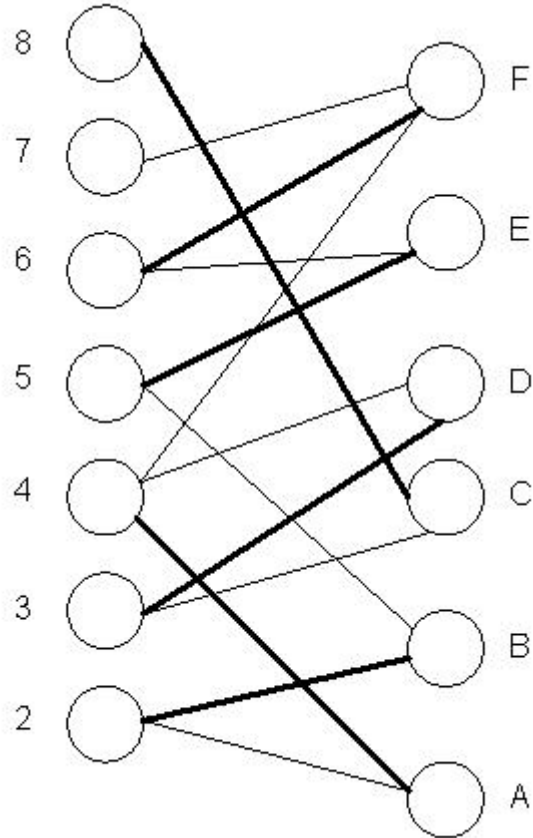


31. ábra: D segédgráf

Mivel az egyetlen állapotváltozó, amelyhez nem tartozik bemenet, az $(A,-)$ -val jelzett csúcs, ezért a szélességi keresést ebből a csúcsból kell indítanunk, és akkor találunk megoldást, ha eljutunk a $(-,7)$ vagy a $(-,8)$ -al jelzett csúcshoz.

A BFS algoritmus eredménye (31. ábra): $(A,-) \rightarrow (D,4) \rightarrow (C,3) \rightarrow (-,8)$.

Arra az eredményre jutottunk, hogy az eredeti párosításokból megmaradtak a $(B,2)$, $(E,5)$, $(F,6)$ élek és az $(A,4)$, $(C,8)$, $(D,3)$ párosítások jelentek meg, mint új élek, amelyek a B^* gráf legközelebbi maximális párosításának felelnek meg (32. ábra).

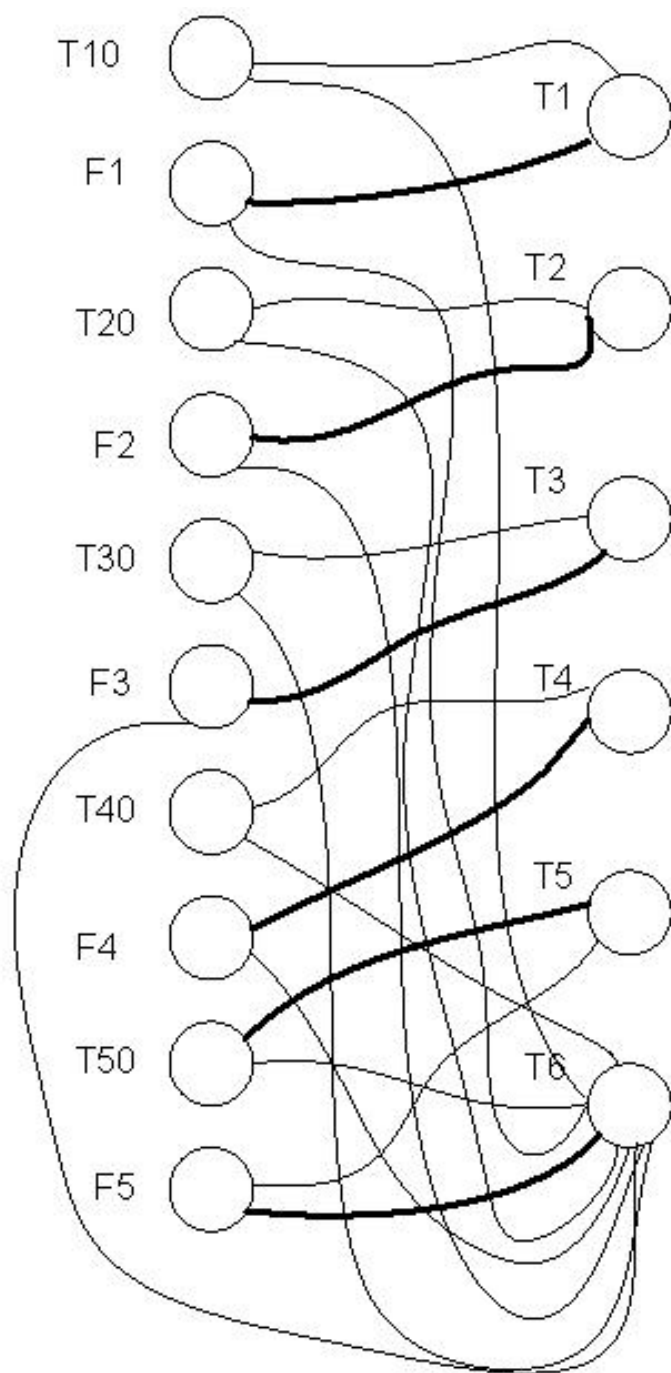


32. ábra: B^* gráf legközelebbi maximális párosítása

5.3. Az algoritmus bemutatása hőcserélő hálózat példáján

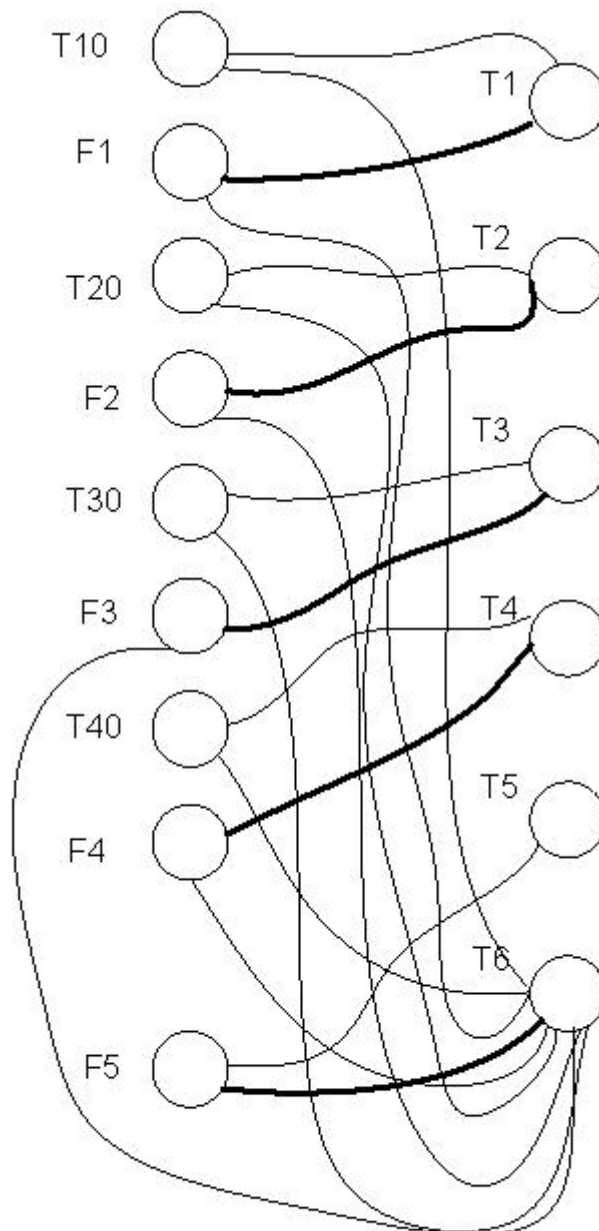
Az előző fejezetben ismertetett algoritmust bemutatom a dolgozatban szereplő HE hálózat példáján, feltételezve, hogy annak egy szabályozóval ellátott bemenete meghibásodik.

Tekintsük a 33. ábra ábrán feltüntetett szabályozó rendszer struktúráját. A párosított élek a következők: $(F1,T1)$, $(F2,T2)$, $(F3,T3)$, $(F4,T4)$, $(T50,T5)$, $(F5,T6)$.



33. ábra: elosztott szabályozó rendszer struktúra

Tegyük fel, hogy a rendszer T50 – val jelzett bemenete meghibásodik. Ekkor el kell hagynunk a T50 – hoz tartozó éleket. Az így létrejött szabályozó rendszer struktúrája (34. ábra):



34. ábra: T50 bemenet nélküli struktúra

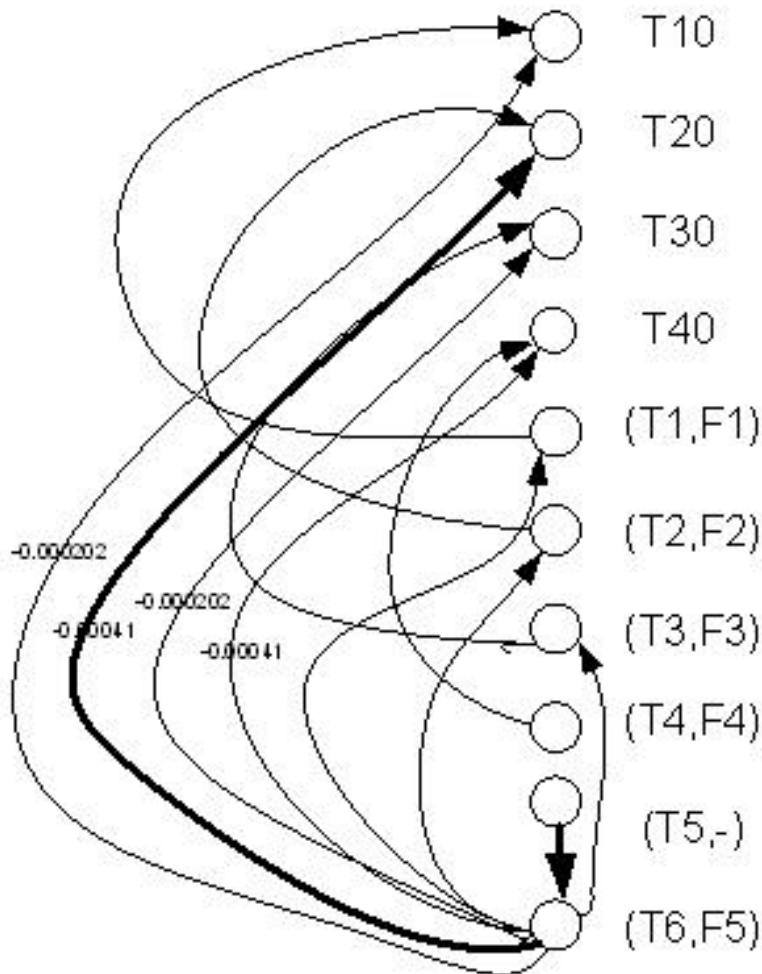
Látható, hogy a megmaradt kitüntetett élek: (F1,T1), (F2,T2), (F3,T3), (F4,T4), (F5,T6).

Elhagyott párosítás: (T50,T5).

Szabályozóval nem rendelkező állapotváltozó: (T5).

A T5 – állapotváltozóhoz kell keresnünk egy bemenetet.

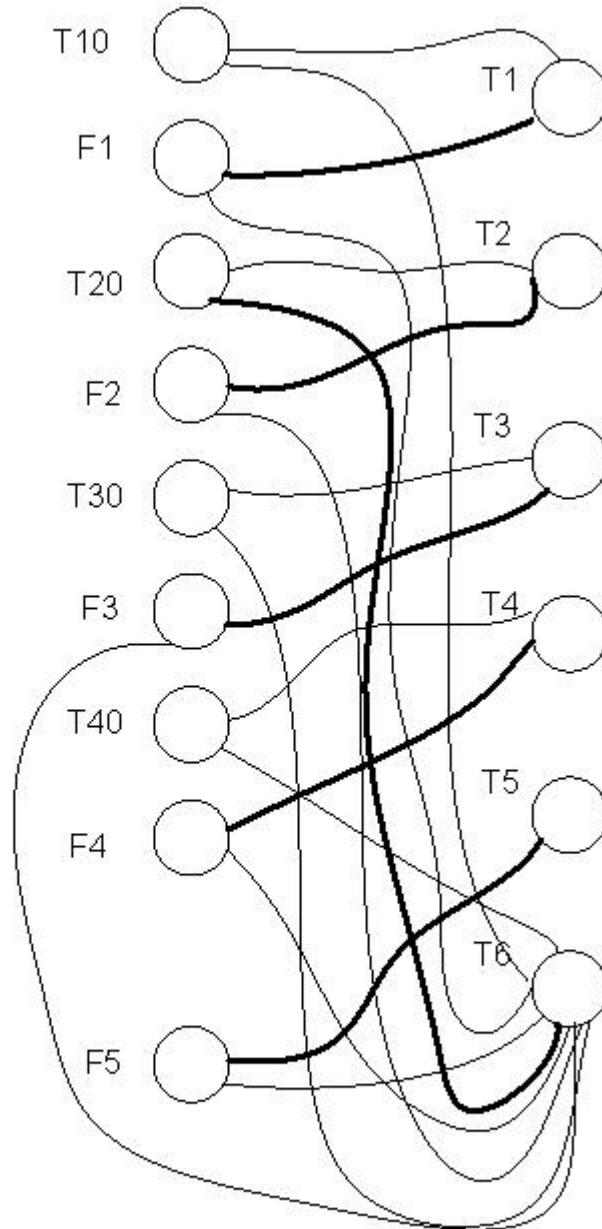
Hozzuk létre az algoritmus megoldásához szükséges V_D irányított gráfot, és a T5 csúcsból indulva indítsuk el a szélességi keresést, amíg el nem jutunk valamely párosítással nem rendelkező bemenethez (35. ábra).



35. ábra: D segédgráf

Látható, hogy a szélességi keresés utolsó lépésekor négy út közül választhatunk. Az ábrán a négy élen feltüntettem a struktúragráf segítségével, az élekhez rendelhető súlyokat. Célszerű a nagyobb súllyal ellátott élt választani. Én a T20 – ba vezető utat választottam.

A 35. ábra alapján határozzuk meg a szabályozó rendszer struktúrájának új éleit (36. ábra).



36. ábra: áttervezett struktúra

Látható, hogy a struktúra eredeti élei közül az (F1,T1), (F2,T2), (F3,T3), (F4,T4), élek maradtak meg és új élként jelentek meg az (F5,T5), (T20,T6) élek.

Ezzel a hőcserélő hálózat szabályozó rendszerének a struktúráját úgy átterveztük, hogy a meghibásodás előtti párosítások minimálisan lettek megváltoztatva, és mindegyik állapotváltozót továbbra is szabályozni tudjuk.

5.4. Eredmény összehasonlítása más szabályozó rendszer struktúrával

Hasonlítsuk össze az előző fejezetben létrehozott struktúrát egy másik struktúrágráffal!

Az előző fejezetben az algoritmust a 33. ábrán látható struktúrágráfon futtattuk le.

Ez a struktúra megegyezik a kereszthatások figyelembe vételével felírt 19. ábrán látható struktúrával. Mivel ez a struktúra azt vizsgálja, hogy az elhelyezett szabályozók milyen mértékben zavarják egymást, ezért ha ezen a struktúrán egy párosított él elhagyását követően az újratervező algoritmust lefuttatjuk, és az eredményt összehasonlítjuk az eredeti struktúrával, akkor meghatározhatjuk, hogy az áttervezést követően a kapott struktúra szabályozóinak egymáshoz viszonyított zavaró hatása hogyan változik meg az eredetihez képest.

Az újratervezett struktúrán a zavarás mértékét a **4.3 fejezetben** leírtakhoz hasonlóan határozom meg:

- a struktúra által meghatározott helyekre egy-egy PI szabályozót helyezek
- behangolom a szabályozókat úgy, hogy először a hőcserélők meleg, majd a hidegoldali kimeneti hőmérsékletét állítom be
- a hangolást követően a kimeneteken fellépő változásokat a **4.3 fejezetben** leírtak alapján meghatározom

A két szabályozó rendszer struktúra kimenetein fellépő zavaró hatások mértékét szemlélteti a 3. táblázat.

Vizsgált kimenet eltérés négyzetének összege:	Kereszthatások figyelembevételével:	Áttervezett struktúrát vizsgálva:
T ₂ (1.cella melegoldali kimenete)	$4.83 \cdot 10^6$	$6.356 \cdot 10^6$
T ₄ (2.cella melegoldali kimenete)	$5.179 \cdot 10^6$	$5.179 \cdot 10^6$
T ₆ (3.cella melegoldali kimenete)	$8.569 \cdot 10^6$	$8.059 \cdot 10^6$

3. táblázat

Látható, hogy a második hőcserélőn a zavarások mértéke nem változott. Ez annak köszönhető, hogy a struktúrában a HE_2 hőcserélő állapotváltozóhoz tartozó kitüntetett élek ugyanazok, mint az eredeti struktúrában.

A keresztthatások figyelembevételével meghatározott struktúra esetén a szabályozók közötti zavarások összege kevesebb, mint a másik struktúra esetén. Ennek oka az, hogy a keresztthatások figyelembevételén alapuló struktúrakiválasztó algoritmus egy optimális megoldást talál (lásd **2.2.2. fejezet.**), és az áttervezett struktúra eltér ettől.

6. Összefoglalás

Decentralizált szabályozó rendszerek struktúrájának gráfelméleti módszerekkel történő tervezését mutattam be ebben a diplomamunkában.

Az elméleti alapokban ismertettem azokat az alapvető gráfelméleti definíciókat, melyeket dolgozatom során felhasználtam. Bemutatásra került két, optimális szabályozó rendszer struktúráját meghatározó algoritmus.

Ezt követően egy hőcserélő cella dinamikus viselkedését mutattam be, majd három ilyen hőcserélő cellából felépített hőcserélő hálózatot modelleztem és szimuláltam MATLAB SIMULINK programmal. Bevezettem egy, a szabályozó struktúrában lévő szabályozók kölcsönhatását jellemző mennyiséget, amelynek értéke a szimulációs eredményből meghatározható.

A hőcserélő hálózaton lefuttattam azokat a struktúrakiválasztó algoritmusokat, amelyeket előzőleg ismertettem. Arra az eredményre jutottam, hogy a két szabályozó rendszer struktúra ugyanaz lett. Ez a hőcserélő hálózat segítségével meghatározott struktúragráf speciális tulajdonságaiból adódott.

Keresni kellett egy másik szabályozó rendszer struktúrát azért, hogy ezzel az újonnan bevezetett struktúrával össze tudjam hasonlítani az előzőleg kapott eredményt. Erre a célra a rendszer meghibásodása után áttervezett szabályozó struktúrát választottam, mert ez a struktúra is teljes állapot-visszacsatolást valósít meg, azonban különbözik a másik két struktúrától. A kereszthatások figyelembevételével kapott struktúrát hasonlítottam össze a az áttervező algoritmus lefuttatása után kapott struktúrával.

Azt tapasztaltam, hogy a kereszthatások figyelembevételével meghatározott struktúra valóban optimális, azonban ez az áttervezett struktúráról nem mondható el. Az áttervező algoritmus által kapott eredmény előnye viszont az, hogy a meghibásodott rendszer minden egyes állapotváltozóját továbbra is – ha nem is optimális módon, de – szabályozni tudjuk.

Arra a következtetésre jutottam, hogy további munka témája lehet az áttervező algoritmus oly módon történő megvalósítása, hogy az a bemenetek állapotváltozókra gyakorolt hatását és a kereszthatásokat is figyelembe véve, a lehető leghatékonyabban működjön.

Hivatkozások

- [1] Galil, Z. (1986). Efficient algorithms for finding maximum matching in graphs. *Comput. Surv.*, **18**, 23-38
- [2] K.M. Hangos and Zs. Tuza. (2001) Optimal control structure selection for process systems. *Computers and Chemical Engineering*, **25**, pp. 1521-1536
- [3] Morari M. and E. Zafirion: (1989) *Robust Process Control*, Prentice Hall
- [4] Robert A. Paz. (2001) The design of the PID controller. Klipsh School of Electrical and Computer Engineering,
<http://www.ece.nmsu.edu/ctrlsys/help/pid.pdf>
- [5] Hangos, K.M., J. Bokor and G. Szederkényi: (2002) *Computer Controlled Systems*, Veszprémi Egyetemi Kiadó, ISBN 963 9220 94 9, VE 24/2002.
- [6] Hangos, K.M. and I.T. Cameron: (2001) *Process Modelling and Model Analysis*. Academic Press, London, pp. 1-543.
- [7] http://www.mathworks.com/products/family_overview.html
- [8] K. M. Hangos, G. Szederkényi and Zs. Tuza: (2003) The effect of model simplification assumptions on the differential index of lumped process models, *Computers & Chemical Engineering*, **28** (1-2), pp. 129-137